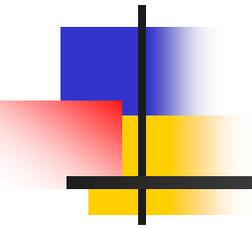
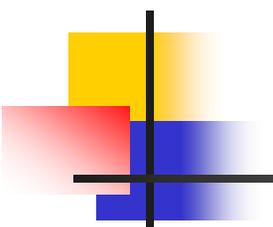


*Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni
Università degli Studi di Trento*



TRASMISSIONE NUMERICA

Farid Melgani

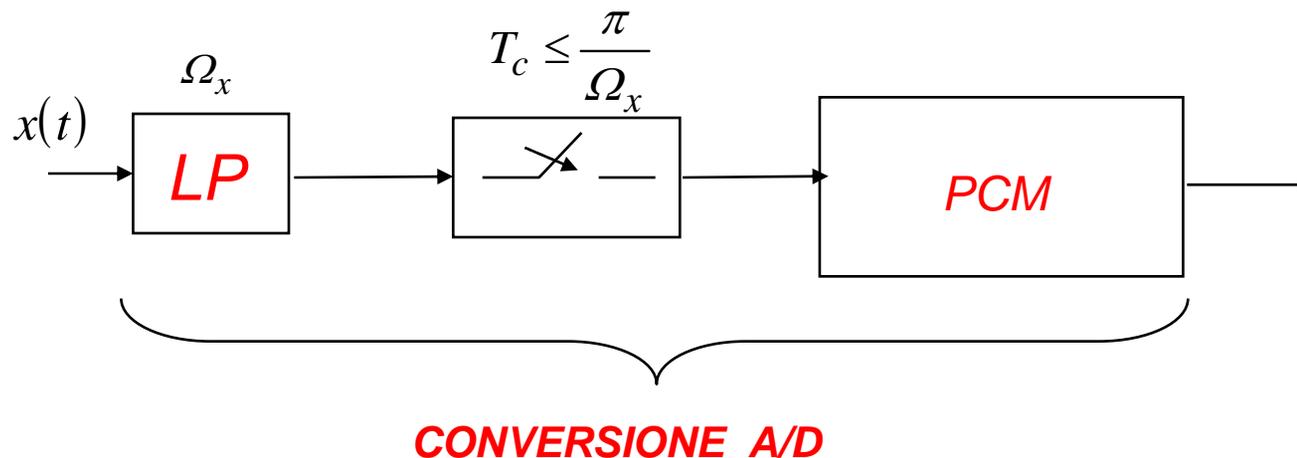


1. TECNICHE DI TRASMISSIONE NUMERICA PREDITTIVE

- RICHIAMI SULLA *PULSE CODE MODULATION* (PCM)
- CALCOLO DEL RAPPORTO SEGNALE-RUMORE A DESTINAZIONE $(S/N)_D$ NELLA PCM
- INTRODUZIONE AI SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI
- MODULAZIONE DELTA (MD)
- MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)
- *DIFFERENTIAL PCM* (DPCM)
- *ADAPTIVE DPCM* (ADPCM)
- *LINEAR PREDICTIVE CODING* (LPC)
- *RESIDUAL EXCITED LINEAR PREDICTIVE CODING* (RELPC)

RICHIAMI SULLA PULSE CODE MODULATION (PCM)

- Nel corso di **CE2** abbiamo visto che è possibile convertire un segnale analogico in forma digitale mediante un processo di **discretizzazione nel tempo** (campionamento) seguito da una **PCM**.
- **PCM** → permette di effettuare la **discretizzazione in ampiezza** (quantizzazione) e la **codifica** di un segnale campionato.



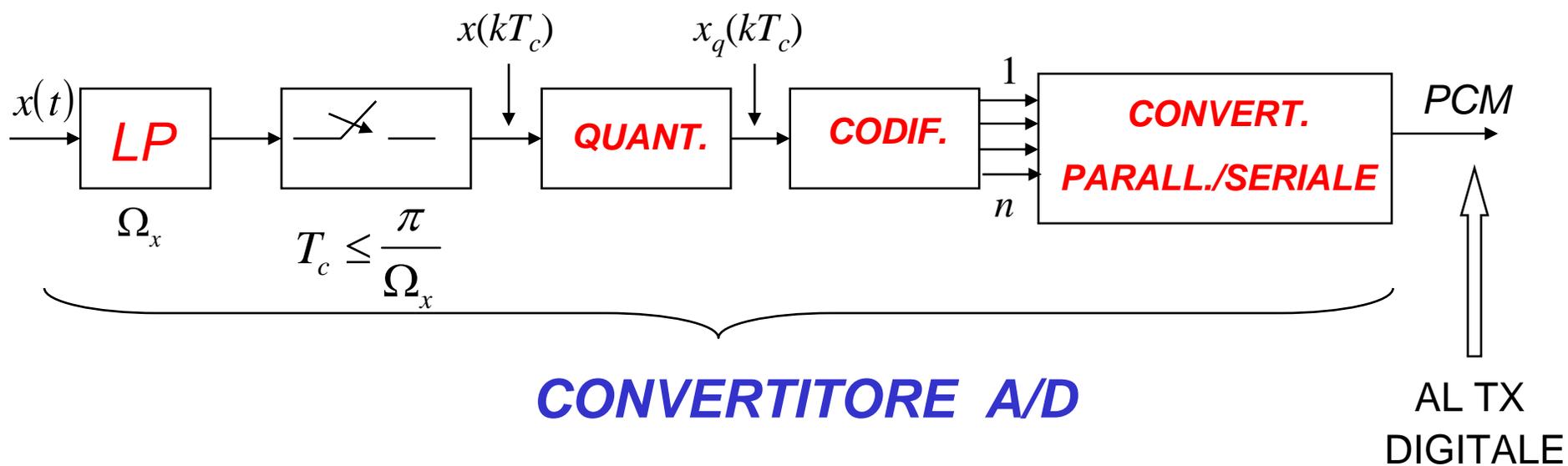
RICHIAMI SULLA PCM: QUANTIZZAZIONE

- **Quantizzazione** \rightarrow permette di discretizzare le ampiezze dei campioni in M livelli predefiniti (es. 256 livelli).
- Per assegnare uno degli “ M livelli” ad un “campione analogico” si usa il criterio della minima distanza. Dopo la quantizzazione si ha:

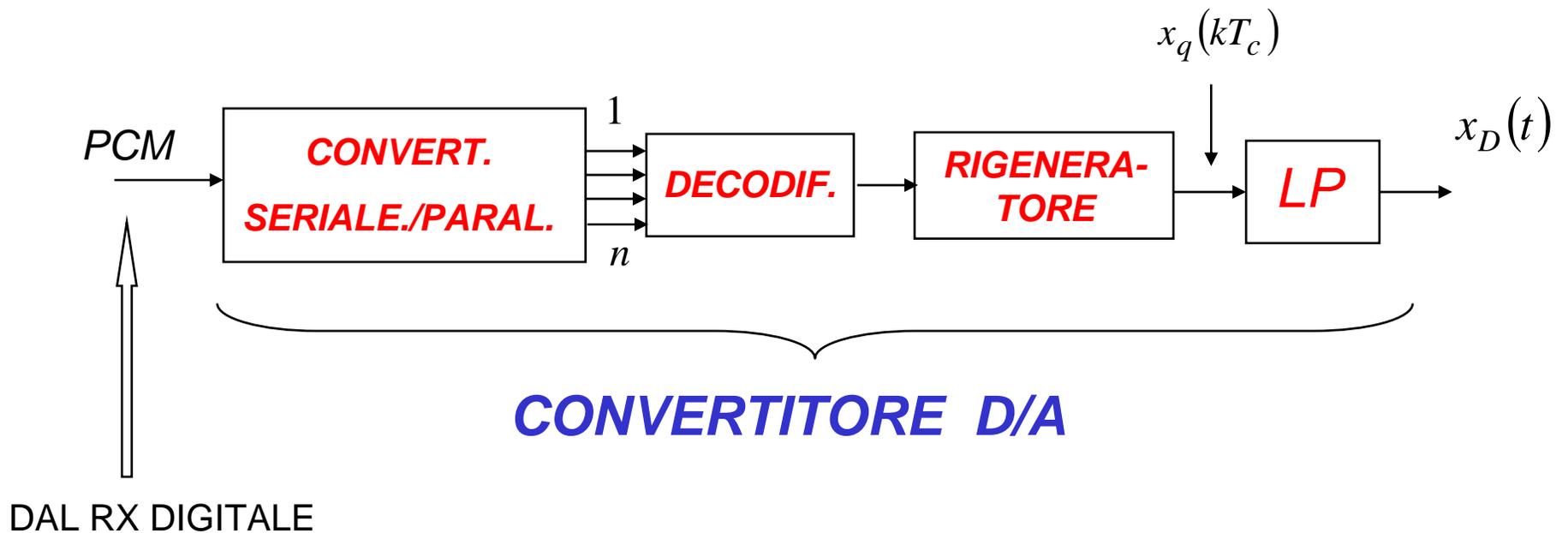
$$x(kT_c) = x_q(kT_c) \pm \varepsilon_q$$

$x(kT_c)$	\rightarrow	segnale campionato
$x_q(kT_c)$	\rightarrow	segnale quantizzato
ε_q	\rightarrow	errore di quantizzazione
$x_q(kT_c)$	\rightarrow	livello quantizzato più vicino a $x(kT_c)$

RICHIAMI SULLA PCM: CODIFICATORE



RICHIAMI SULLA PCM: DECODIFICATORE



RICHIAMI SULLA PCM: DECODIFICATORE

- Il decodificatore *PCM* ricostruisce $x_q(kT_c)$ (ovvero il segnale originale $x(kT_c)$ campionato a meno dell'**errore di quantizzazione**).
- Il compito del rigeneratore è quello di associare all'ampiezza fornita dal decodificatore una forma d'onda (ad esempio, un impulso (caso ideale) o una forma d'onda rettangolare).
- Il filtro passa-basso permette di risalire al segnale analogico iniziale (a meno dell'**errore di quantizzazione**, $x_D(t) \neq x(t)$).

PCM: TRASMISSIONE CON RUMORE

- Finora abbiamo considerato il caso di trasmissione **senza rumore**.
- Vediamo ora di caratterizzare la PCM dal punto di vista del **rapporto segnale-rumore a destinazione** $(S/N)_D$. Tale quantità è molto importante perché consente di valutare la bontà della trasmissione.
- Il rapporto $(S/N)_D$ è dato da:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{S_D}{N_D} = \frac{S_x}{N_D}$$

NELL'IPOTESI CHE IL CANALE NON
INTRODUCA ATTENUAZIONE

dove S_D e N_D rappresentano rispettivamente la **potenza del segnale** e del **rumore** calcolate a **destinazione** e S_x è la **potenza del segnale** in **trasmissione**.

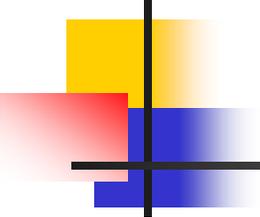
CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

- Come si può calcolare la potenza del rumore a destinazione N_D ?
- Osserviamo che il rumore è costituito da 2 componenti indipendenti:
 - **rumore di quantizzazione**;
 - **rumore di decodifica** (dovuto al rumore introdotto dal canale).
- Quindi la potenza N_D si può scrivere come:

$$N_D = \sigma_q^2 + \sigma_c^2$$

POTENZA DEL RUMORE DI
QUANTIZZAZIONE

POTENZA DEL RUMORE DI
DECODIFICA



CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

- **Rumore di quantizzazione:** rumore sistematico che degrada la qualità del segnale ricevuto (non perfetta rappresentazione dell'ampiezza del segnale campionato).
- **Rumore di decodifica:** il rumore presente sul canale può causare **errori di rigenerazione in ricezione**. In pratica può portare a ricostruire un livello diverso da quello trasmesso per un determinato campione.

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI QUANTIZZAZIONE

IPOSTESI

- $x(t)$ **normalizzato** tra "+1" e "-1":

$$|x(t)| \leq 1$$

- Quantizzazione **uniforme** su M livelli:

$$\Delta = \frac{2}{M}$$

- ε_q è una variabile aleatoria **distribuita uniformemente** nell'intervallo $[-\Delta/2, +\Delta/2]$.

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI QUANTIZZAZIONE

In tali ipotesi, la **potenza media** del rumore di quantizzazione è data da:

$$E\{\varepsilon_q^2\} = \overline{\varepsilon_q^2}$$

POICHÉ IL RUMORE HA, PER IPOTESI, VALOR MEDIO NULLO

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon_q^2} \downarrow = \sigma_q^2 &= \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{\Delta} \frac{\varepsilon^3}{3} \Big|_{\varepsilon=-\Delta/2}^{\varepsilon=\Delta/2} = \frac{1}{3\Delta} \left(\frac{\Delta^3}{8} + \frac{\Delta^3}{8} \right) = \\ &= \frac{\Delta^2}{12} = \frac{4}{M^2} \frac{1}{12} = \frac{1}{3M^2} \end{aligned}$$

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI DECODIFICA

IPOSTESI

- Trasmissione *PCM* binaria con quantizzazione **uniforme**;
- Probabilità di errore sul bit P_{b_e} **piccola**;
- Codifica **binaria** con **codice naturale**.

OSSERVAZIONE

- Nell'ipotesi di P_{b_e} piccola, la probabilità di avere **più di un errore** in una parola di codice costituita da n bit è **trascurabile**, ovvero la probabilità P_e^w che la parola di codice sia sbagliata può essere scritta come:

$$P_e^w \cong nP_{b_e}$$

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI DECODIFICA

- L'errore su un bit causa un **errore nel riconoscimento di una parola di codice** e quindi nella corretta ricostruzione del livello di quantizzazione originale.
- La criticità dell'errore dipende dalla **posizione del bit errato**: se si sbagliano bit con un "peso" elevato, il livello di quantizzazione trasmesso può essere confuso con un livello **molto diverso**.
- Se l'errore avviene sul **bit più significativo** della parola di codice si sbaglia addirittura **segno!**

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI DECODIFICA

- **Esempio:** 4 livelli di quantizzazione, codifica binaria (codice naturale).

$x_q(kT_c)$	PAROLA DI CODICE
-3/4	00
-1/4	01
+1/4	10
+3/4	11

- $x_q(kT_c) = -3/4 \Rightarrow$ parola di codice 00. Se si sbaglia sul **bit meno significativo** si riceve 01 \Rightarrow si ricostruisce $x_q(kT_c) = -1/4 \Rightarrow$ si confonde un livello con uno **limitrofo**.
- $x_q(kT_c) = -3/4 \Rightarrow$ parola di codice 00. Se si sbaglia sul bit **più significativo** si riceve 10 \Rightarrow si ricostruisce $x_q(kT_c) = +1/4 \Rightarrow$ si sbaglia di **2 livelli!**

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI DECODIFICA

- In particolare, se si sbaglia il **bit m -esimo** (posizione m), l'errore ε_m sul livello ricostruito dovuto a tale bit vale:

$$\varepsilon_m = \pm \Delta \cdot 2^m = \pm \frac{2}{M} \cdot 2^m$$

- Supponiamo di ricevere una parola di codice sbagliata costituita da n bit. L'**errore quadratico medio** dovuto ad un errore in una generica posizione è dato da:

$$\overline{\varepsilon^2} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{n} \varepsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{2}{M} 2^i \right)^2 = \frac{4}{nM^2} \sum_{i=0}^{n-1} (2^{2i}) = \frac{4}{nM^2} \frac{4^n - 1}{3} = \frac{4}{nM^2} \frac{2^{2n} - 1}{3} = \frac{4}{nM^2} \frac{M^2 - 1}{3} \cong \frac{4}{3n}$$

PROBABILITA' DI SBAGLIARE IL BIT i -ESIMO

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE LA SOMMATORIA CONVERGE A QUESTO VALORE

CALCOLO DELLA POTENZA DEL RUMORE DI DECODIFICA

- Pertanto, la **varianza** dell'errore di decodifica dovuto al rumore sul canale è data da:

$$\sigma_c^2 = P_e^w \overline{\varepsilon^2} = n P_{b_e} \frac{4}{3n} = \frac{4}{3} P_{b_e}$$

- A questo punto abbiamo calcolato le due componenti della potenza del rumore a destinazione. Quindi, possiamo scrivere:

$$N_D = \sigma_q^2 + \sigma_c^2 = \frac{1}{3M^2} + \frac{4}{3} P_{b_e} = \frac{1 + 4M^2 P_{b_e}}{3M^2}$$

CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

- Possiamo quindi calcolare il rapporto segnale rumore:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{3M^2}{1+4M^2P_{be}} S_x \cong \begin{cases} 3M^2 S_x & P_{be} \ll \frac{1}{4M^2} & \text{prevale il rumore di quantizzazione} \\ \frac{3}{4P_{be}} S_x & P_{be} \gg \frac{1}{4M^2} & \text{prevale il rumore di decodifica} \end{cases}$$

EFFETTO SOGLIA

- Si può osservare che esiste una soglia:
 - al di **sopra** della quale **prevale l'errore di quantizzazione**;
 - al di **sotto** della quale **prevale l'errore di decodifica**.

CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

- Osserviamo ora che la probabilità di sbagliare un bit dipende dal **rapporto segnale-rumore in pre-rivelazione**:

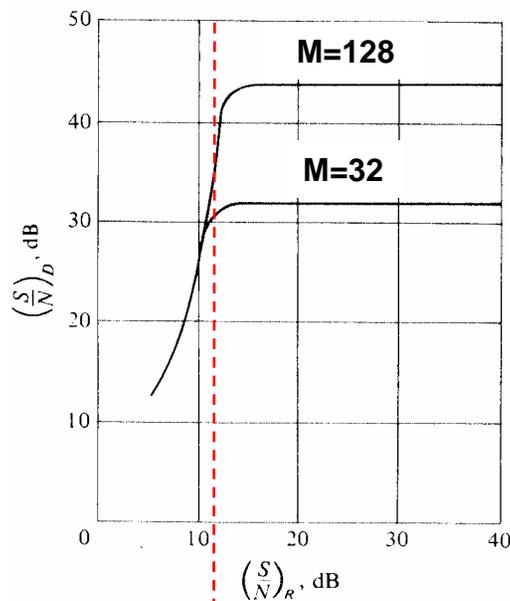
$$P_{be} = f \left[\left(\frac{S}{N} \right)_R \right]$$

- Utilizzando quanto visto nei corsi di *CE1* e *CE2*, si può dimostrare che, nel caso di una trasmissione PAM NRZ rettangolare polare su un canale che introduce un **rumore additivo gaussiano bianco**, vale la relazione:

$$P_{be} = Q \left[\sqrt{\left(\frac{S}{N} \right)_R} \right]$$

CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

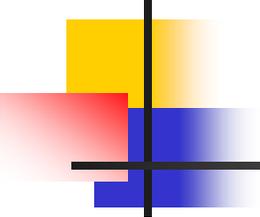
- Supponendo $S_x = \frac{1}{2}$ si ottiene il grafico seguente:



PREVALE IL RUMORE DOVUTO
AL CANALE

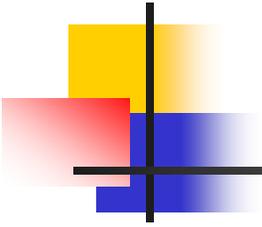
PREVALE IL RUMORE DI
QUANTIZZAZIONE

SOGLIA



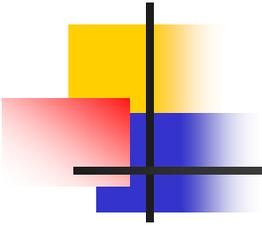
CALCOLO DI $(S/N)_D$ NELLA PCM

- Al di **sotto** del valore di soglia, $(S/N)_D$ diventa molto scadente
→ **prestazioni inaccettabili** anche per un elevato numero di livelli di quantizzazione M .
- Al di **sopra** del valore di soglia, $(S/N)_D$ dipende **unicamente** dal rumore di quantizzazione → le **prestazioni dipendono da** M .



SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

- Fino ad ora abbiamo dato per scontato di effettuare la quantizzazione e la codifica di ogni campione ottenuto dal processo di discretizzazione nel tempo di un segnale analogico.
- Nei sistemi di **codifica predittivi**, si usa un approccio differente: il campione attuale (con ampiezza analogica) viene analizzato con riferimento a quelli precedenti al fine di sfruttare nella fase di trasmissione eventuali “**similarità**” tra insiemi di campioni.



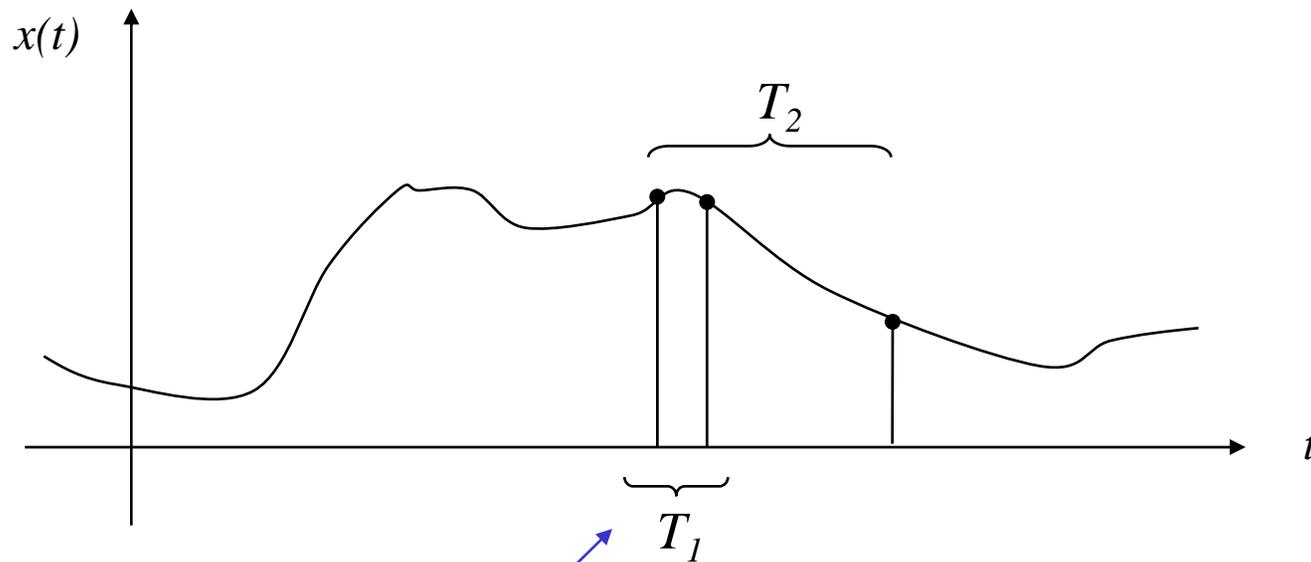
SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

- **Idea di base** dei sistemi di codifica predittivi:

“Se fossimo in grado di predire esattamente il valore del campione che viene trasmesso, non sarebbe necessario trasmetterlo!”

- In realtà non esiste un predittore perfetto, ma si può osservare che i campioni di forme d'onda analogiche, ottenute da processi fisici, solitamente hanno una certa **correlazione** e quindi **prevedibilità**: **campioni vicini nel tempo differiscono di poco tra loro.**

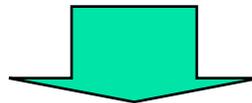
SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI



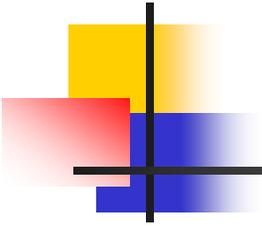
CAMPIONI VICINI NEL TEMPO DIFFERISCONO DI POCO → SE L'OBIETTIVO È AVERE UNA CORRELAZIONE ELEVATA, CONVIENE EFFETTUARE CAMPIONAMENTO MOLTO FITTO (T_1 È MEGLIO DI T_2)

SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

- Se, dato un campione:
 - in ricezione si è in grado di effettuare una **predizione** sul valore del campione successivo;
 - tale predizione differisce di poco dal valore reale (**errore di predizione piccolo**);
 - in **trasmissione si conosce tale predizione**



basta trasmettere la **poca informazione** necessaria a **correggere** l'errore di predizione per ricostruire **esattamente** il segnale trasmesso.



SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

NOTAZIONE

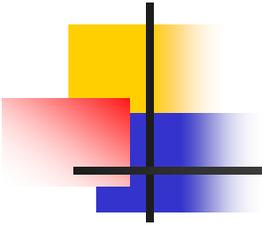
$x(t)$ \Rightarrow **segnale analogico** passa basso con frequenza massima f_{\max}

T_c, f_c \Rightarrow rispettivamente **tempo** e **frequenza di campionamento**

$x(kT_c)$ \Rightarrow valore del campione nell'istante kT_c

$\tilde{x}(kT_c)$ \Rightarrow valore della **predizione** di $x(kT_c)$

$\varepsilon(kT_c)$ \Rightarrow **errore di predizione** nell'istante kT_c



SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

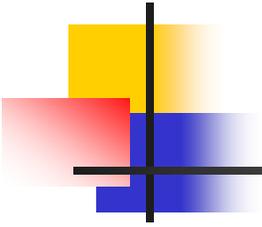
OSSERVAZIONE

- Se si usa un tempo di campionamento **sufficientemente piccolo** ($\frac{1}{T_c} \gg 2f_{max}$ ovvero $f_c \gg 2f_{max}$) è ragionevole attendersi che:

$$x(kT_c) \cong x[(k-1)T_c]$$

- Pertanto è possibile utilizzare come predizione del valore del campione attuale il valore del campione precedente:

$$\tilde{x}(kT_c) = x[(k-1)T_c]$$



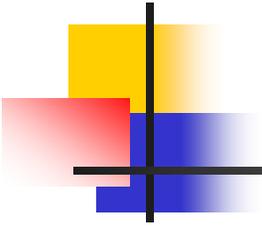
SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

- L'informazione che è necessario **trasmettere** al fine di poter ricostruire il campione $x(kT_c)$ a partire dalla predizione $\tilde{x}(kT_c)$ è:

$$\varepsilon(kT_c) = x(kT_c) - \tilde{x}(kT_c)$$

- Infatti se si trasmette $\varepsilon(kT_c)$, $x(kT_c)$ può essere ricostruito come:

$$x(kT_c) = \tilde{x}(kT_c) + \varepsilon(kT_c)$$



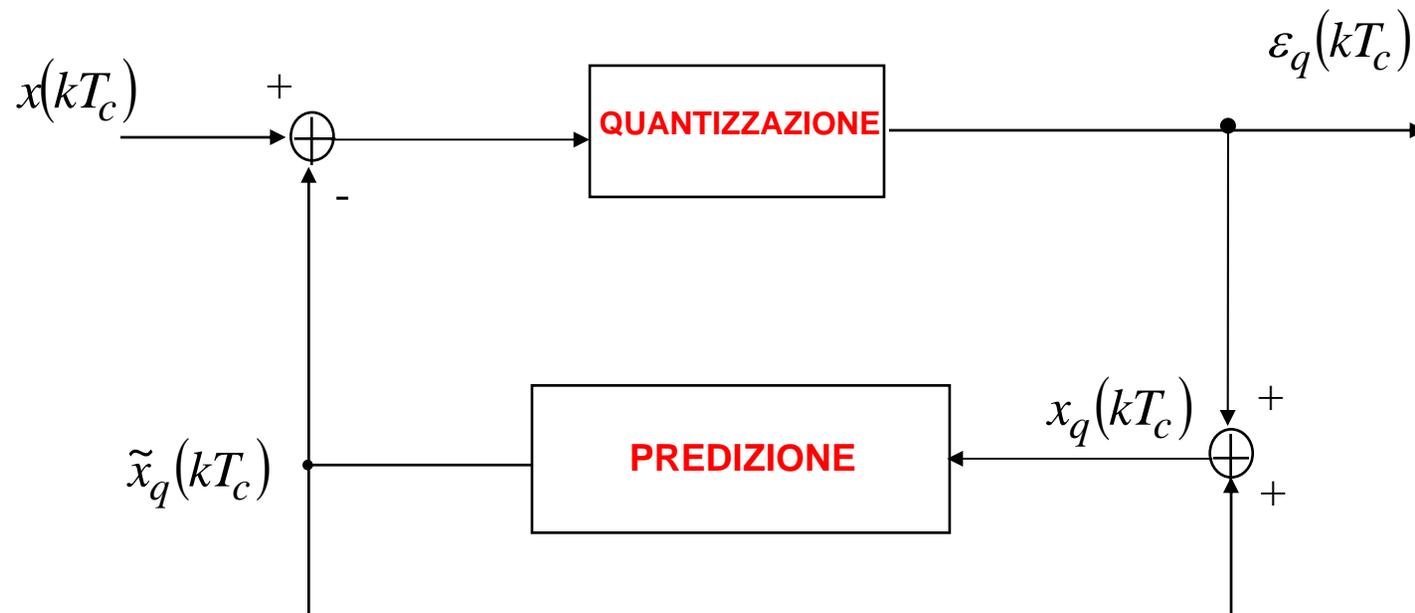
SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI

- $\varepsilon(kT_c)$, pur essendo discretizzato nel tempo, **non è discretizzato in ampiezza**.
- Se vogliamo implementare un sistema di trasmissione numerico, è necessario **convertire $\varepsilon(kT_c)$ in formato digitale**.
- $\varepsilon(kT_c)$ deve essere **quantizzato e codificato**  anche in questo caso il campione $x(kT_c)$ sarà ricostruito a meno di un errore sistematico (**errore di quantizzazione**):

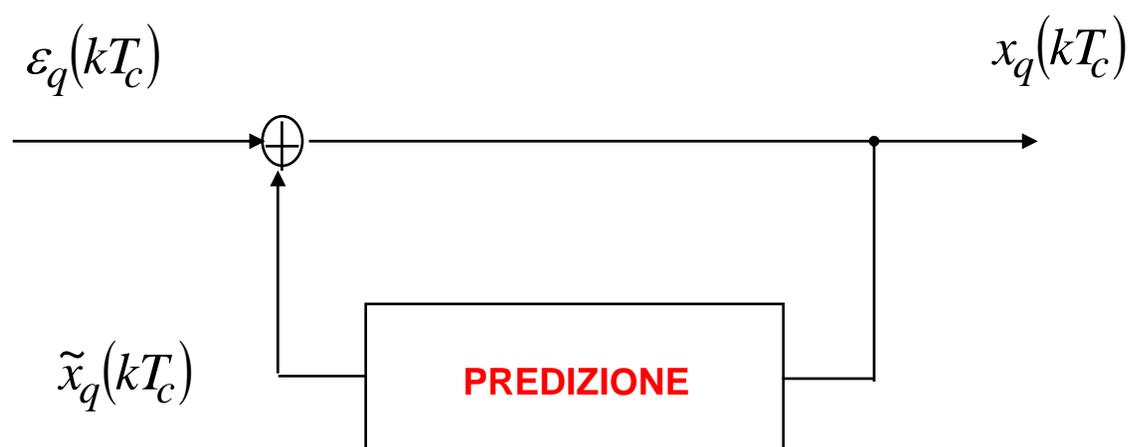
SEGNALE RICOSTRUITO

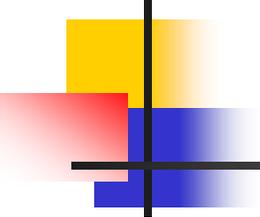

$$x_q(kT_c) = \tilde{x}_q(kT_c) + \varepsilon_q(kT_c)$$

SISTEMI PREDITTIVI: SCHEMA GENERALE DEL CODIFICATORE



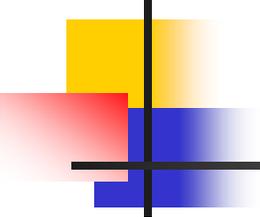
SISTEMI PREDITTIVI: SCHEMA GENERALE DEL DECODIFICATORE





SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVA

- I sistemi principali che sfruttano il concetto di predizione del campione e trasmissione dell'errore sono:
 - Modulazione Delta (MD);
 - Modulazione Delta Adattiva (MDA);
 - Differential Pulse Code Modulation (DPCM);
 - Adaptive Differential Pulse Code Modulation (ADPCM);
 - Linear Predictive Coding (LPC);
 - Residual Excited Linear Predictive Coding (RELPC).



MODULAZIONE DELTA (MD)

La *Modulazione Delta* è il più semplice sistema di codifica predittiva.

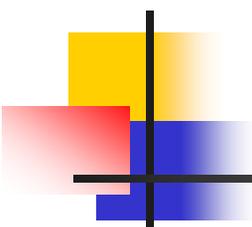
Caratteristiche della Modulazione Delta

- La predizione del **campione attuale** viene posta uguale al valore del **campione precedente**:

$$\tilde{x}(kT_c) = x[(k-1)T_c]$$

- L'errore $\varepsilon(kT_c)$ viene codificato con un **singolo bit** che rappresenta un “gradino” di altezza $+\Delta$ o $-\Delta$. In particolare, si pone:

$$\varepsilon_q(kT_c) = [\text{sgn } \varepsilon(kT_c)]\Delta$$



MODULAZIONE DELTA: RICOSTRUZIONE DEL SEGNALE ORIGINALE

- In ricezione, il segnale originale (a **meno dell'errore di quantizzazione**) è ottenuto come:

$$x_q(kT_c) = \tilde{x}_q(kT_c) + \varepsilon_q(kT_c)$$

- $x_q(kT_c)$ costituisce una buona approssimazione di $x(kT_c)$, se Δ e T_c sono **sufficientemente piccoli**.

MODULAZIONE DELTA: RICOSTRUZIONE DEL SEGNALE ORIGINALE

OSSERVAZIONE

- Riprendiamo in considerazione le seguenti espressioni:

$$x_q(kT_c) = \tilde{x}_q(kT_c) + \varepsilon_q(kT_c) \quad \tilde{x}_q(kT_c) = x_q[(k-1)T_c]$$

- Sostituendo, si può scrivere:

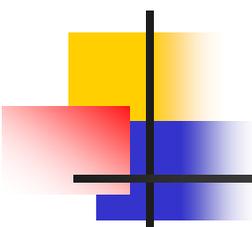
$$\begin{aligned} x_q(kT_c) &= \varepsilon_q(kT_c) + x_q[(k-1)T_c] = \varepsilon_q(kT_c) + \varepsilon_q[(k-1)T_c] + x_q[(k-2)T_c] = \\ &= \varepsilon_q(kT_c) + \varepsilon_q[(k-1)T_c] + \varepsilon_q[(k-2)T_c] + \dots \end{aligned}$$

- Quindi $x_q(kT_c)$ può essere ottenuto dalla **somma di tutti gli ε_q precedenti**.

MODULAZIONE DELTA: RUMORE GRANULARE

La Modulazione Delta ha **2 problemi principali**:

- **Problema 1**: ogni T_c secondi il segnale $x_q(kT_c)$ varia di una quantità pari a $\pm\Delta$ \Rightarrow anche dove il segnale $x(kT_c)$ ha un andamento quasi costante, $x_q(kT_c)$ presenta delle oscillazioni di ampiezza $\pm\Delta$ intorno al valore medio di $x(kT_c)$. Tale fenomeno viene definito **rumore granulare**.
- **Rumore granulare** \Rightarrow per ridurre l'entità del problema si deve utilizzare un valore di Δ **piccolo**.



MODULAZIONE DELTA: SOVRACCARICO DI PENDENZA

- Problema 2: ogni T_c secondi il segnale $x_q(kT_c)$ può variare **solo** di una quantità pari a $\pm\Delta$  se in questo tempo il segnale $x(kT_c)$ presenta **rapide variazioni** (di ampiezza **maggiore di Δ**), allora $x_q(kT_c)$ non riesce a seguire l'andamento del segnale originale (**sovraccarico di pendenza**).

MODULAZIONE DELTA: SOVRACCARICO DI PENDENZA

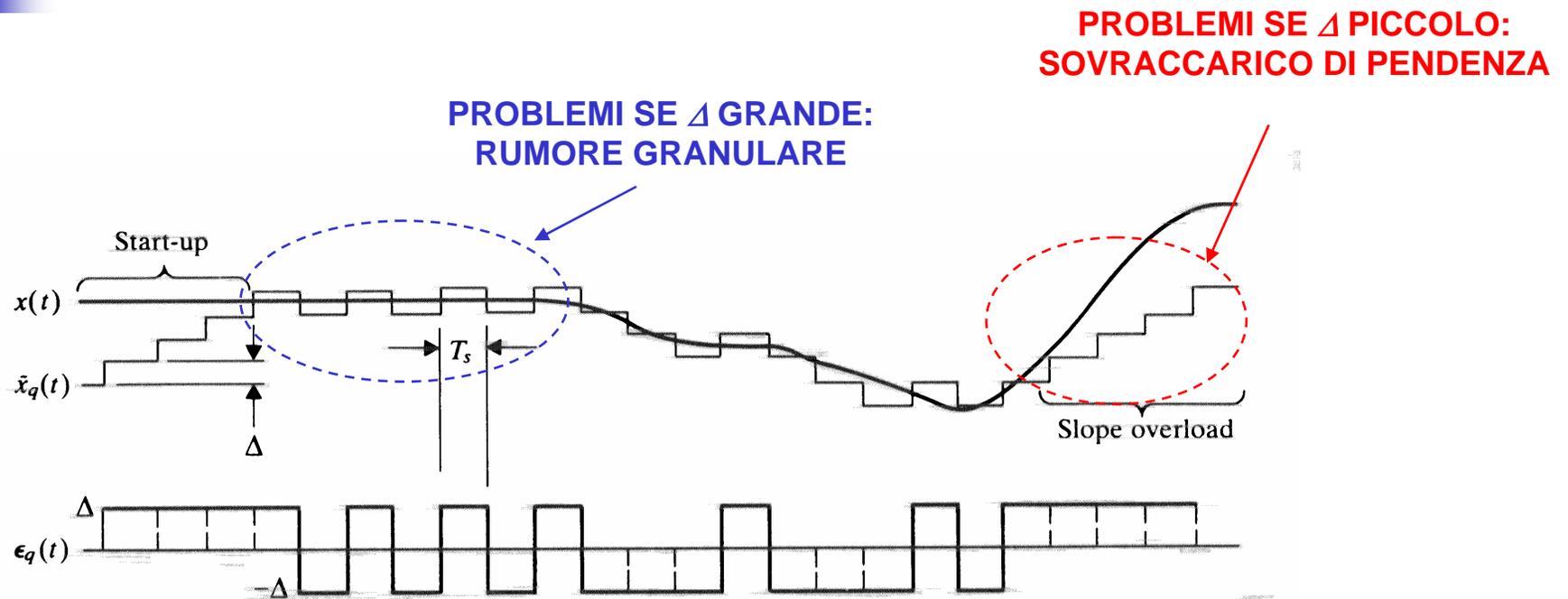
- **Sovraccarico di pendenza** → per evitare il problema si deve porre:

$$\Delta \geq T_c \left| \frac{d x(t)}{d t} \right|_{MAX}$$

INCREMENTO CHE PUÒ AVERE IL SEGNALE $x_q(kT_c)$ IN T_c SECONDI

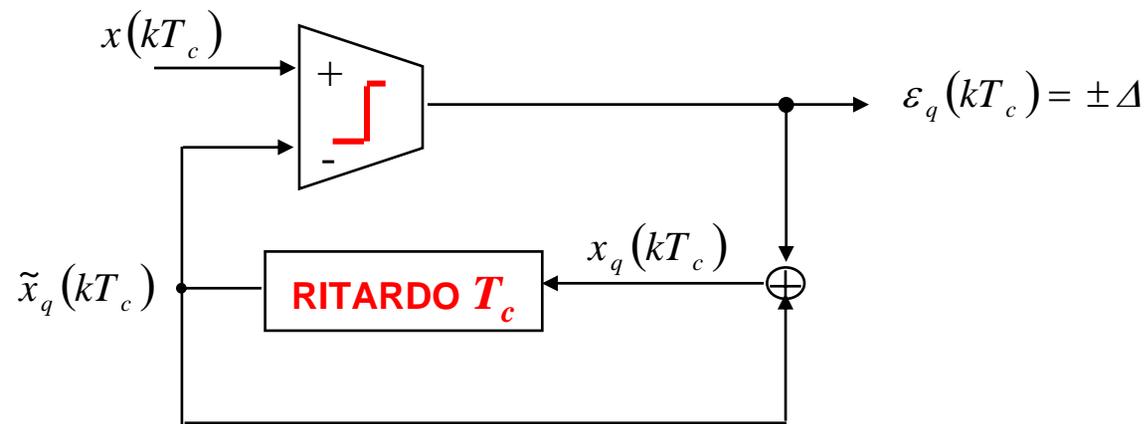
INCREMENTO MASSIMO CHE PUÒ AVERE IL SEGNALE $x(kT_c)$ IN T_c SECONDI

MODULAZIONE DELTA: ESEMPIO



Il valore di Δ deve essere scelto come un buon compromesso tra errore granulare e sovraccarico di pendenza.

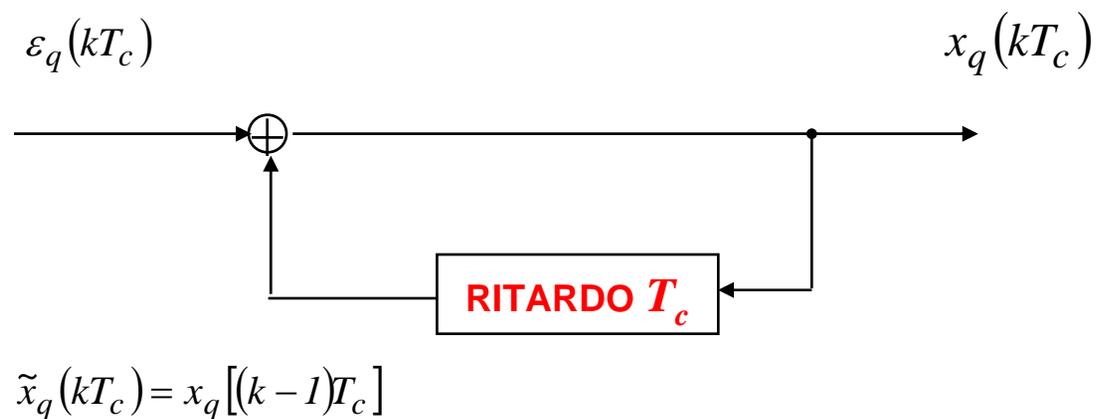
MODULAZIONE DELTA: SCHEMA DEL CODIFICATORE



- Il comparatore emette il valore binario in funzione del **segno** della differenza $x(kT_c) - \tilde{x}_q(kT_c)$. Pertanto:

$$\varepsilon_q(kT_c) = \Delta \cdot \text{sgn}[x(kT_c) - \tilde{x}_q(kT_c)]$$

MODULAZIONE DELTA: SCHEMA DEL DECODIFICATORE



MODULAZIONE DELTA: OCCUPAZIONE DI BANDA

- Per quanto riguarda l'**occupazione di banda** richiesta da una Modulazione Delta, osserviamo che per ogni campione si trasmette **solo 1 bit** che rappresenta l'errore quantizzato $\varepsilon_q(kT_c)$ (pertanto $T_b = T_c$)



- Il flusso di dati binario trasmesso ha una **bit rate** $r_b = \frac{1}{T_c}$. L'occupazione di banda dipende dalla **forma d'onda** utilizzata per trasmettere ciascun bit (vedi corso di CE2).

MODULAZIONE DELTA: CALCOLO DI $(S/N)_D$

- $(S/N)_D$ di una Modulazione Delta dipende da:
 - rumore sistematico dovuto alla quantizzazione (comprende il rumore granulare ed il sovraccarico di pendenza);
 - errori di decodifica (rigenerazione) dovuti al rumore introdotto dal canale.

IPOSTESI SEMPLIFICATIVE

- Trascuriamo **gli effetti degli errori di decodifica** (in normali condizioni operative, solo il rumore di quantizzazione ha un effetto rilevante).
- Trascuriamo gli effetti di eventuali **sovraccarichi di pendenza** (rumore complesso da modellare).

MODULAZIONE DELTA: CALCOLO DI $(S/N)_D$

- Nelle ipotesi precedenti, solitamente si assume che l'errore sistematico dovuto alla quantizzazione ε_q sia **uniformemente distribuito in $[-\Delta, +\Delta]$** . Pertanto:

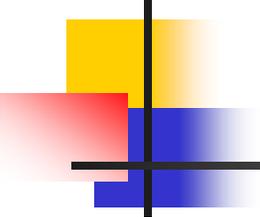
$$\overline{\varepsilon_q^2} = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{+\Delta} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{2\Delta} \frac{\varepsilon^3}{3} \Big|_{-\Delta}^{+\Delta} = \frac{\Delta^2}{3}$$

- Si può dimostrare che in tali ipotesi il rapporto $(S/N)_D$ vale:

SE IL CANALE NON INTRODUCE ATTENUAZIONE $\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{3f_c}{\Delta^2 f_{max}} S_x$ LE PRESTAZIONI MIGLIORANO ALL'AUMENTARE DI f_c E AL DIMINUIRE DI Δ

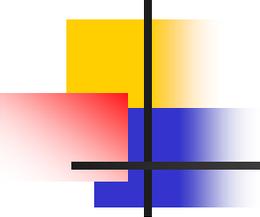
MODULAZIONE DELTA: CONFRONTI

- Ogni campione è sempre rappresentato da **1 solo bit** → **minor occupazione di banda** rispetto alla *PCM* per trasmettere un campione (nella *PCM* si hanno **n bit** per campione).
- In realtà, per verificare la condizione $x(kT_c) \cong x[(k-1)T_c]$ occorre **sovra-campionare** rispetto alla *PCM* → si trasmettono **più campioni** → **aumenta l'occupazione di banda**.
- Per avere **errore granulare piccolo** (Δ piccolo), occorre utilizzare T_c piccolo → al diminuire di T_c cresce l'**occupazione di banda**.



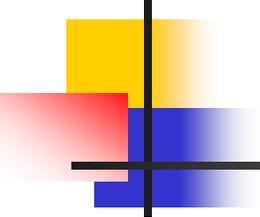
MODULAZIONE DELTA: CONFRONTI

- Svantaggio principale: tipicamente per ottenere lo stesso $(S/N)_D$ che si ha nella PCM (a parità di potenza di trasmissione S_x), la Modulazione Delta richiede una **bit rate maggiore** e quindi un'**occupazione di banda maggiore**.
- Vantaggio principale: **semplicità hardware** (più semplice della PCM).



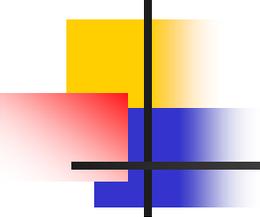
MODULAZIONE DELTA: CONCLUSIONI

- **Principali problemi della modulazione delta:**
 - rumore granulare;
 - sovraccarico di pendenza.
- **Possibile soluzione:** **Modulazione Delta Adattiva** (*Adaptive Delta Modulation*).



MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)

- Il problema maggiore nella modulazione delta consiste nella scelta del valore di Δ :
 - se Δ grande \Rightarrow rumore granulare;
 - se Δ piccolo \Rightarrow sovraccarico di pendenza.
- La **Modulazione Delta Adattiva** cerca di porre rimedio a tale problema: l'ampiezza di Δ viene **adattata** alle esigenze del momento \Rightarrow si riducono gli effetti di sovraccarico di pendenza senza aumentare il rumore granulare.

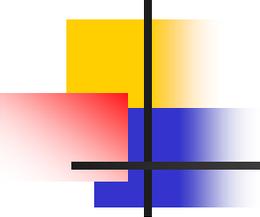


MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)

OSSERVAZIONI

- quando si riceve una sequenza di valori $\varepsilon_q(kT_c)$ aventi la **stessa polarità** si è in presenza di **sovraccarico di pendenza**;
- quando si presenta un'**alternanza** nei valori $\varepsilon_q(kT_c)$ si è in presenza di **rumore granulare**.

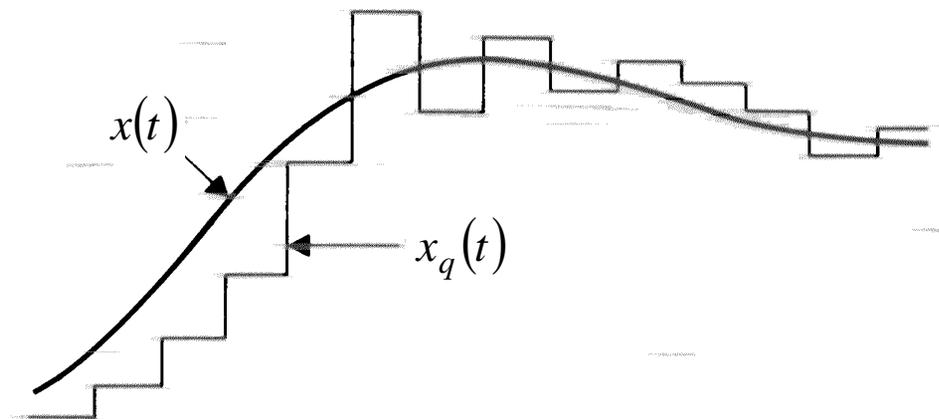
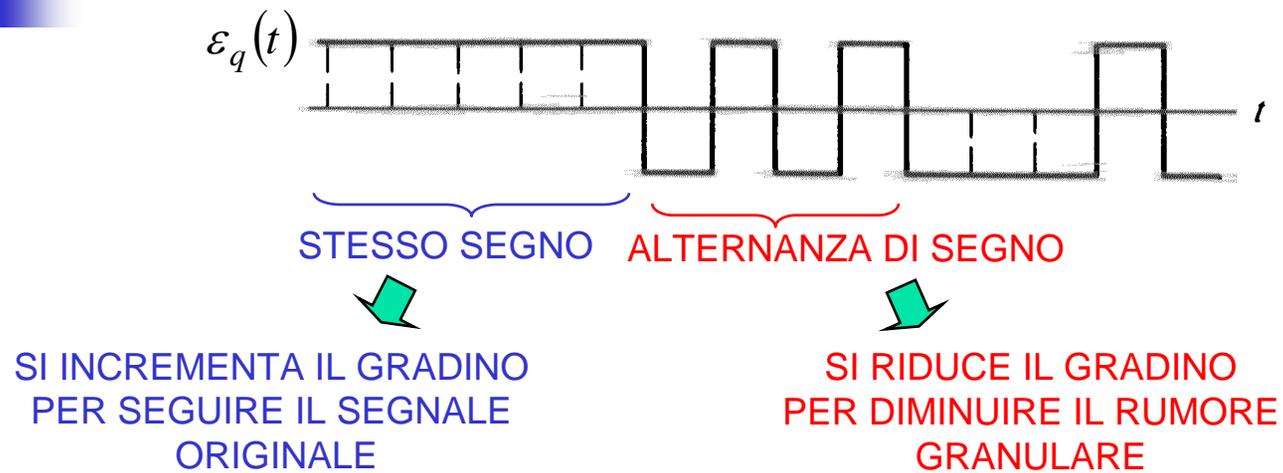
La Modulazione Delta Adattiva sfrutta le osservazioni precedenti per **adattare l'ampiezza Δ** alle esigenze correnti.



MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)

- Se si riceve una sequenza di valori $\varepsilon_q(kT_c)$ con lo stesso segno (**sovraccarico di pendenza**) si **aumenta** l'ampiezza del gradino Δ per consentire al segnale $x_q(kT_c)$ di “inseguire” il segnale originale $x(kT_c)$.
- Se si riceve una sequenza di valori $\varepsilon_q(kT_c)$ con **segni alternati**, si **diminuisce** l'ampiezza del gradino Δ al fine di ridurre il **rumore granulare**.

MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)



MODULAZIONE DELTA ADATTIVA (MDA)

- Analiticamente si può descrivere il sistema nel modo seguente:

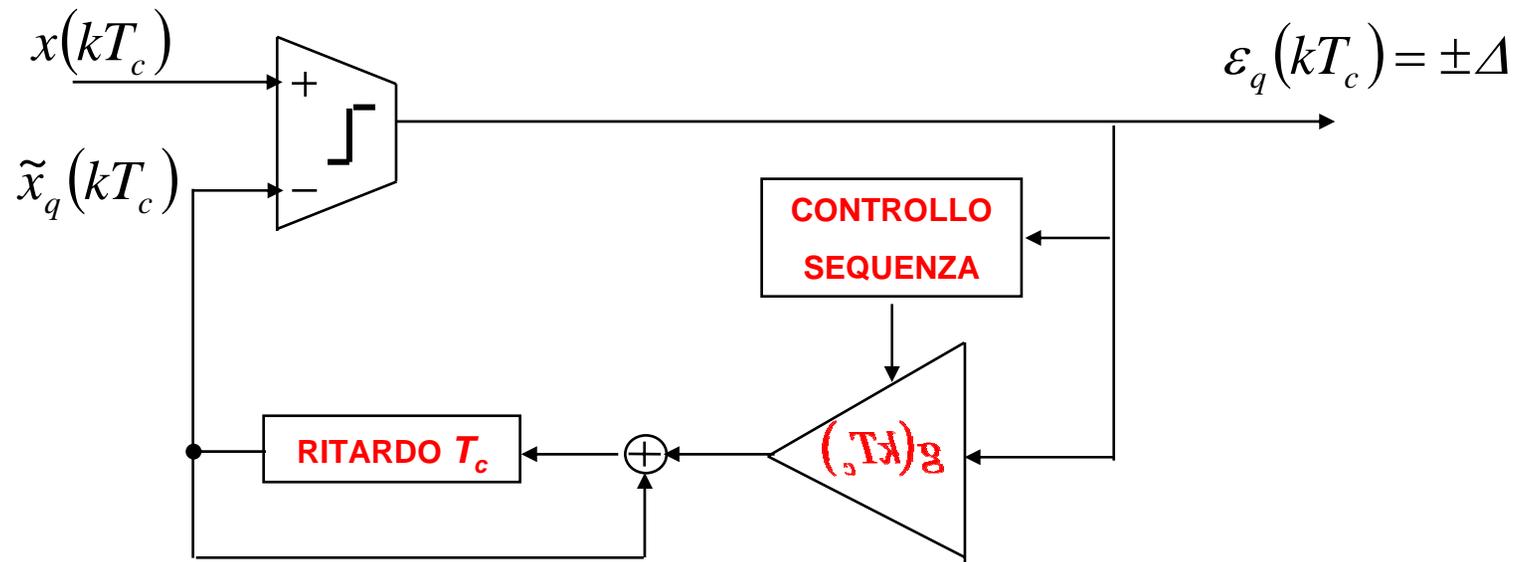
$$\tilde{x}_q(kT_c) = \tilde{x}_q[(k-1)T_c] + \underbrace{g[(k-1)T_c] \cdot \varepsilon_q[(k-1)T_c]}_{\text{GRADINO}}$$

GRADINO

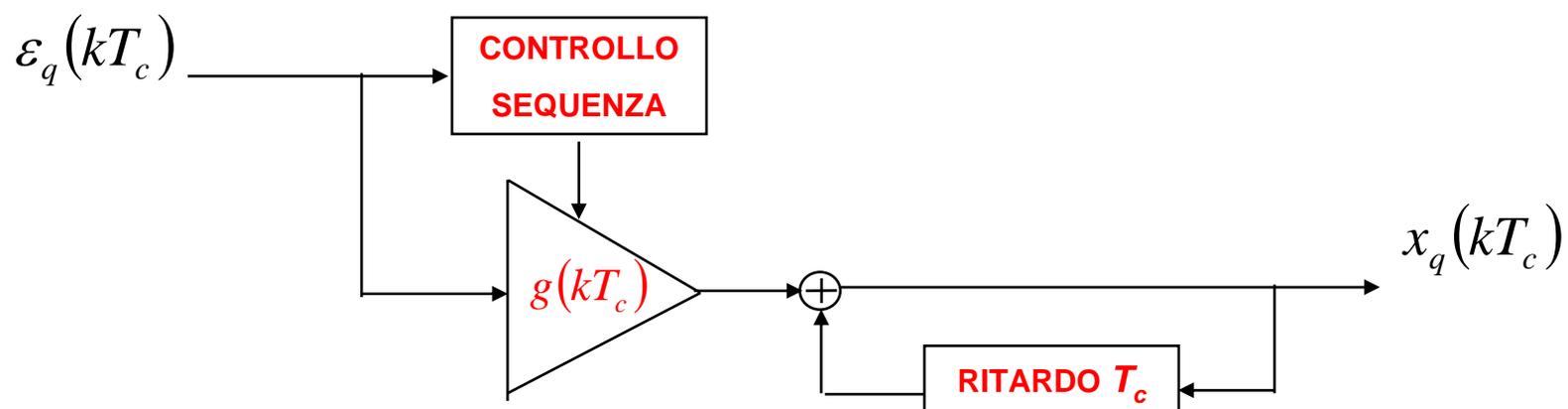
$$g(kT_c) = \begin{cases} g[(k-1)T_c] \cdot G & \varepsilon_q(kT_c) = \varepsilon_q[(k-1)T_c] \\ \frac{g[(k-1)T_c]}{G} & \varepsilon_q(kT_c) = -\varepsilon_q[(k-1)T_c] \end{cases}$$

- G  costante di valore tipicamente compreso tra 1 e 2.

MDA: SCHEMA DEL CODIFICATORE



MDA: SCHEMA DEL DECODIFICATORE



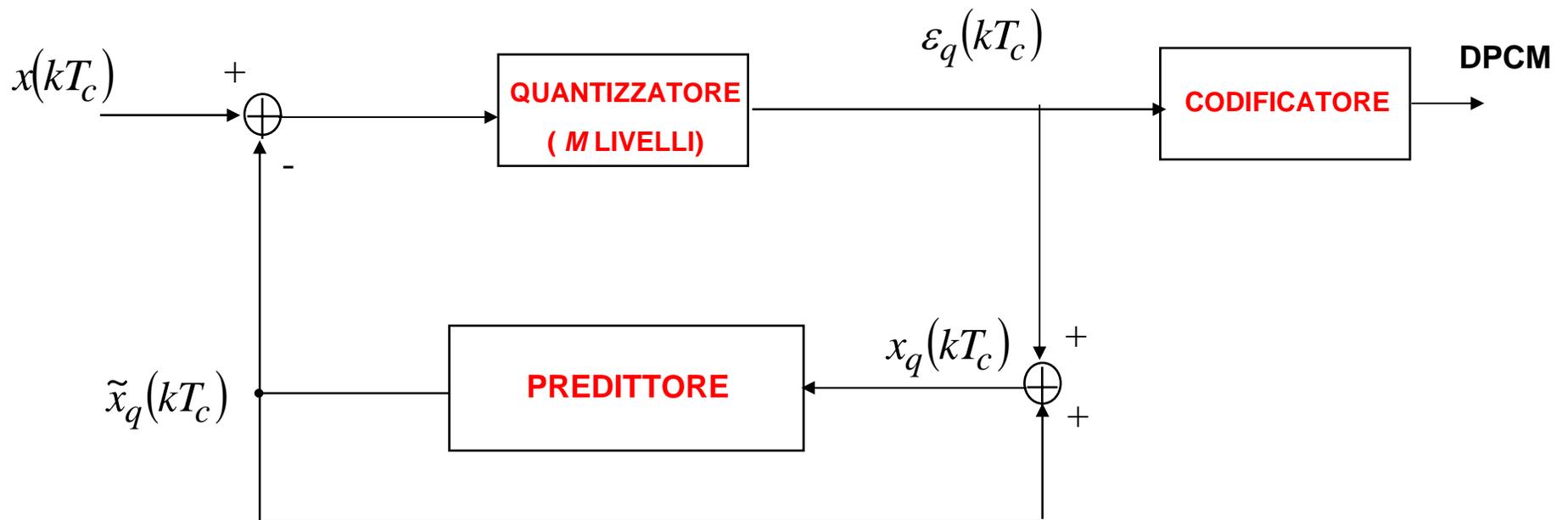
DIFFERENTIAL PULSE-CODE MODULATION (DPCM)

- La *Differential Pulse-Code Modulation (DPCM)* è un sistema di codifica predittiva in cui l'errore $\varepsilon(kT_c)$ viene **quantizzato su M livelli**:

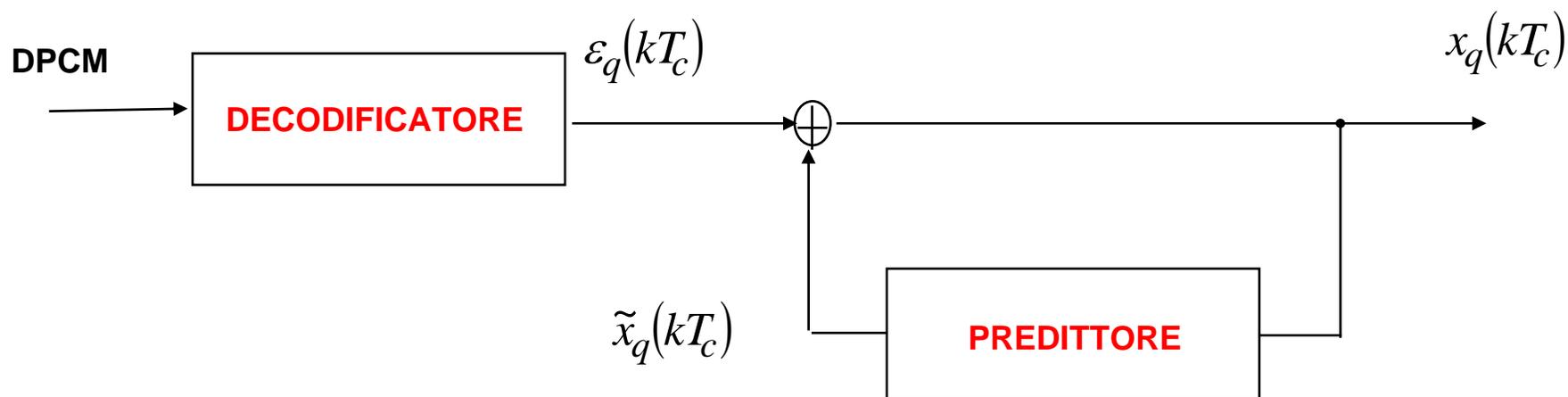
$$\varepsilon_q(kT_c) = \pm\Delta, \pm3\Delta, \dots, \pm(M-1)\Delta$$

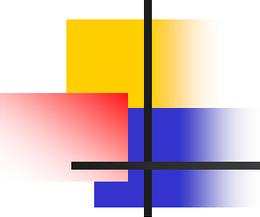
- L'errore quantizzato viene quindi codificato con una parola di codice binaria composta da $n = \log_2 M$ bit.

DPCM: SCHEMA DEL CODIFICATORE



DPCM: SCHEMA DEL DECODIFICATORE

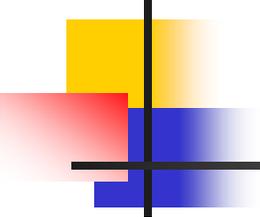




DPCM: PREDITTORE

- Nella DPCM tipicamente il predittore è **più sofisticato** che nella Modulazione Delta e nella Modulazione Delta Adattiva.
- Per predire il valore di un campione, non si usa solo il campione precedente, bensì una **combinazione lineare degli N campioni precedenti**:

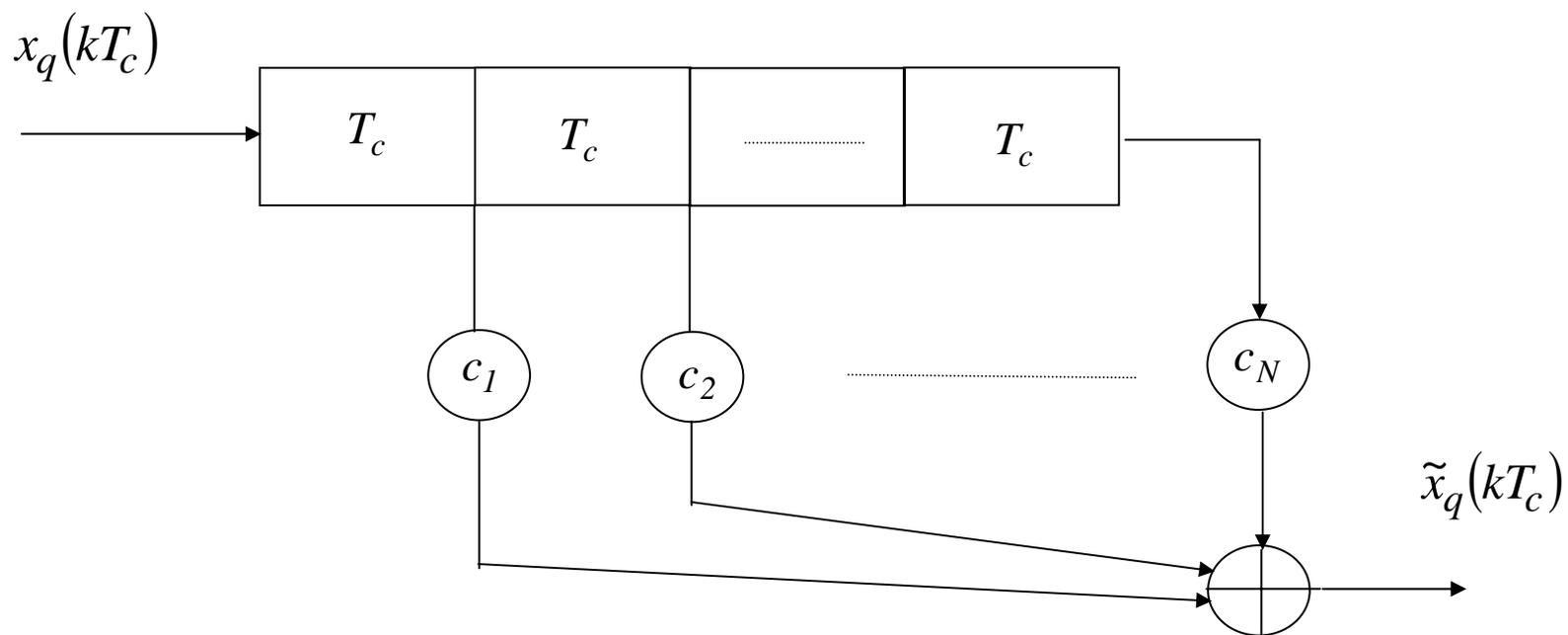
$$\tilde{x}_q(kT_c) = \sum_{i=1}^N c_i x_q[(k-i)T_c]$$



DPCM: PREDITTORE

- c_i  indica quanto è possibile prevedere il valore del campione $x(kT_c)$ a partire dal valore del campione $x_q[(k-i)T_c]$.
- Per progettare un predittore basato sulla precedente relazione lineare occorre determinare i valori degli N coefficienti $c_i, i = 1, \dots, N$.
- I valori dei coefficienti dipendono dallo specifico tipo di segnale che si sta analizzando. In particolare, è ragionevole assumere che tali valori dipendano dalla **funzione di autocorrelazione** del segnale analogico originale $x(t)$.

DPCM: SCHEMA DEL PREDITTORE



DPCM: CALCOLO DEI COEFFICIENTI DEL PREDITTORE LINEARE

I valori dei coefficienti c_i si calcolano minimizzando l'errore quadratico medio tra il segnale originale e il segnale predetto, ovvero:

$$\begin{aligned} \min_{c_i (i=1, \dots, N)} E\{\varepsilon^2\} &= \min_{c_i (i=1, \dots, N)} E\left\{ \left[x(kT_c) - \tilde{x}_q(kT_c) \right]^2 \right\} = \\ &= \min_{c_i (i=1, \dots, N)} E\left\{ \left[x(kT_c) - \sum_{i=1}^N c_i x_q[(k-i)T_c] \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

DPCM: CALCOLO DEI COEFFICIENTI DEL PREDITTORE LINEARE

L'errore quadratico medio si può calcolare nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
 & E \left\{ \left[x(kT_c) - \sum_{i=1}^N c_i x[(k-i)T_c] \right]^2 \right\} = \\
 & = E \left\{ x^2(kT_c) - 2x(kT_c) \cdot \sum_{i=1}^N c_i x[(k-i)T_c] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i c_j x[(k-i)T_c] x[(k-j)T_c] \right\} = \\
 & = R_x(0) - 2 \sum_{i=1}^N c_i R_x(i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i c_j R_x(i-j)
 \end{aligned}$$

DPCM: CALCOLO DEI COEFFICIENTI DEL PREDITTORE LINEARE

Per trovare il minimo dell'errore quadratico medio, dobbiamo derivare rispetto a c_i :

$$\frac{\partial \left\{ R_x(0) - 2 \sum_{i=1}^N c_i R_x(i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i c_j R_x(i-j) \right\}}{\partial c_i} = -2R_x(i) + 2 \sum_{j=1}^N c_j R_x(i-j) = 0$$



$$\sum_{j=1}^N c_j R_x(i-j) = R_x(i)$$

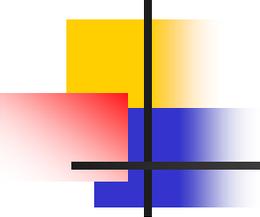
DPCM: CALCOLO DEI COEFFICIENTI DEL PREDITTORE LINEARE

- Pertanto, utilizzando una notazione matriciale, si può scrivere:

$$\begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & \dots & R_{N-1} \\ R_1 & R_0 & R_1 & \dots & R_{N-2} \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ R_{N-1} & R_{N-2} & & & R_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix}$$

dove $R_i = R_x(i)$.

- La soluzione del sistema consente di determinare tutti i valori c_i .



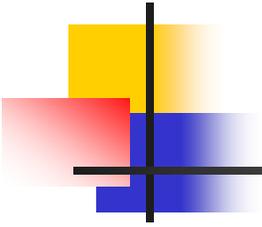
DPCM: CALCOLO DEI COEFFICIENTI DEL PREDITTORE LINEARE

OSSERVAZIONI

- Nei casi reali, non è possibile conoscere esattamente la funzione di autocorrelazione di un segnale generico $x(t)$, ma è possibile solo **stimarla**:

$$R_i = \hat{R}_x(i)$$

- Esistono **algoritmi numerici veloci** per la risoluzione del sistema.



DPCM: OCCUPAZIONE DI BANDA

- Se l'errore trasmesso è quantizzato su M livelli ed è codificato con parole di codice binarie di lunghezza $n = \log_2 M$, si ottiene che la *bit rate* di una DPCM è pari a:

$$r_b = n \cdot f_c = \frac{n}{T_c}$$

- L'**occupazione di banda** è facilmente calcolabile a partire dalla *bit rate* sulla base del tipo di forma d'onda e della tecnica di trasmissione utilizzate per effettuare la trasmissione dei campioni dell'errore (vedi CE2).

DPCM: SOVRACCARICO DI PENDENZA

- Anche nella DPCM si deve considerare il fenomeno del **sovraccarico di pendenza**.
- Per non avere sovraccarico di pendenza deve essere verificata la seguente condizione:

$$(M - 1)\Delta \geq T_c \left| \frac{dx(t)}{dt} \right|_{MAX}$$

INCREMENTO CHE PUÒ AVERE IL SEGNALE $x_q(kT_c)$ IN T_c SECONDI

INCREMENTO MASSIMO CHE PUÒ AVERE IL SEGNALE $x(kT_c)$ IN T_c SECONDI

DPCM: CALCOLO DI $(S/N)_D$

- Anche nella DPCM $(S/N)_D$ dipende da:
 - rumore sistematico dovuto alla quantizzazione;
 - errori di decodifica (rigenerazione) dovuti al rumore introdotto dal canale.

IPOSTESI SEMPLIFICATIVE

- assumiamo che $M \gg 1$;
- **trascuriamo** gli effetti di eventuali **sovraccarichi di pendenza**;
- **trascuriamo** la presenza di **errori di decodifica** (effetto simile a quello che si ha nella PCM).

DPCM: CALCOLO DI $(S/N)_D$

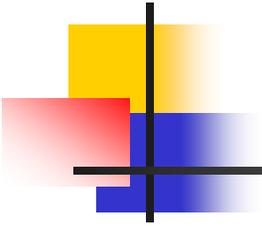
- Nelle ipotesi precedenti, è possibile dimostrare che $(S/N)_D$ in una DPCM è **simile** a quello di una PCM, **migliorato** di un fattore G_p (**guadagno di predizione**). In particolare, si può scrivere:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = G_p 3M^2 S_x$$

NELL'IPOTESI CHE IL CANALE NON INTRODUCA ATTENUAZIONE

- Il guadagno di predizione, nel caso di un **predittore ottimo**, è dato da:

$$G_p = \left[1 - \sum_{i=1}^N c_i \frac{R_x(i)}{S_x} \right]^{-1}$$



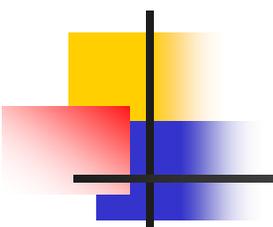
DPCM: CONFRONTI

- Dalla relazione precedente si può osservare che l'incremento di $(S/N)_D$ che si riesce ad ottenere con una DPCM rispetto ad una PCM (a parità di potenza di trasmissione e di numero di livelli di quantizzazione) **dipende dalla funzione di autocorrelazione** del segnale analogico originale:
 - Se i campioni sono **molto correlati** → **elevato miglioramento;**
 - Se i campioni sono **poco correlati** → **scarso miglioramento.**

DPCM: CONFRONTI

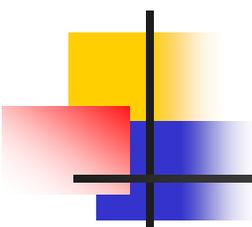
ESEMPIO

- Segnale vocale → $G_p \approx 5-10$ [dB]
- Segnale video televisivo → $G_p \approx 12$ [dB]



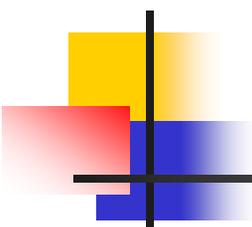
DPCM: CONFRONTI

- La **complessità hardware** richiesta da un sistema **DPCM** è **significativamente più elevata** di quella richiesta nella **MD** e nella **MDA**. Tale complessità è anche **più elevata** di quella richiesta da una **PCM** (a causa della presenza del predittore).
- A parità di potenza di trasmissione e di numero di livelli di quantizzazione, la **DPCM** permettere di ottenere prestazioni migliori di una **PCM**, ovvero:
 - migliore $(S/N)_D$ a parità di occupazione di banda, **oppure**
 - minor occupazione di banda a parità di $(S/N)_D$.



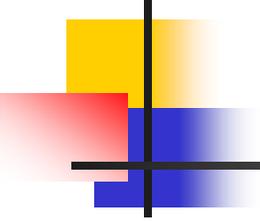
ADAPTIVE DIFFERENTIAL PULSE-CODE MODULATION (ADPCM): CENNI

- La *Adaptive Differential Pulse-Code Modulation (ADPCM)* costituisce un miglioramento della DPCM.
- La principale differenza rispetto alla DPCM risiede nella possibilità di **variare in modo adattivo** il funzionamento di alcuni blocchi del sistema sulla base delle **caratteristiche del segnale nello specifico intervallo considerato**.
- I blocchi su cui si può agire sono:
 - il **quantizzatore**;
 - il **predittore**.



ADAPTIVE DIFFERENTIAL PULSE-CODE MODULATION (ADPCM): CENNI

- Il **vantaggio** principale della ADPCM consiste nella possibilità di migliorare le prestazioni rispetto al caso della DPCM (**miglior compromesso tra occupazione di banda e $(S/N)_D$**).
- Lo **svantaggio** principale risiede nell'ulteriore **incremento della complessità hardware**.

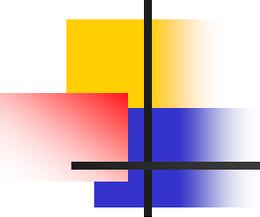


LINEAR PREDICTIVE CODING (LPC)

- E' un sistema di codifica **molto più sofisticato** di quelli visti precedentemente.

IDEA DI BASE

- Sviluppare un dispositivo in grado di **sintetizzare il segnale analogico $x(t)$ che si vuole trasmettere** in base ad un modello parametrico (ovvero dipendente da un **insieme di parametri**) del segnale.
- **Determinare i parametri del sintetizzatore** che permettono di approssimare i campioni da trasmettere in un certo intervallo e **trasmettere sia tali parametri, sia l'errore di predizione del sintetizzatore.**

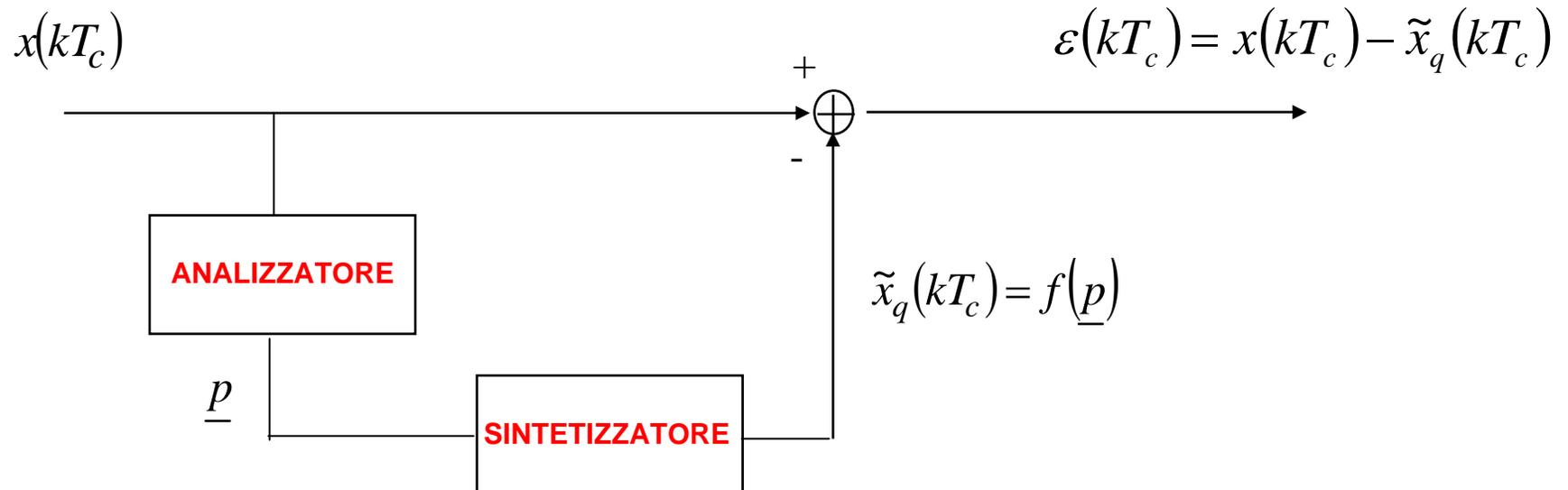


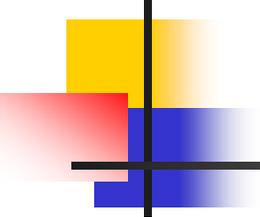
LPC: CODIFICATORE

- Innanzitutto si deve realizzare un sintetizzatore per il segnale che si vuole trasmettere (**processo complesso**).
- A tale fine è necessario formulare un **modello parametrico del segnale** che permetta, agendo sui parametri del modello, di rappresentare tutti i possibili andamenti del segnale stesso.
- Serve anche un **analizzatore** in grado di identificare il vettore \underline{p} di **parametri del modello implementato nel sintetizzatore** che dà origine alla migliore predizione $\tilde{x}_q(kT_c) = f(\underline{p})$ dei campioni $x(kT_c)$ considerati in un certo intervallo di tempo.

LPC: CODIFICATORE

Sulla base del vettore di parametri \underline{p} determinato è poi possibile effettuare la predizione e quindi identificare l'errore di predizione:

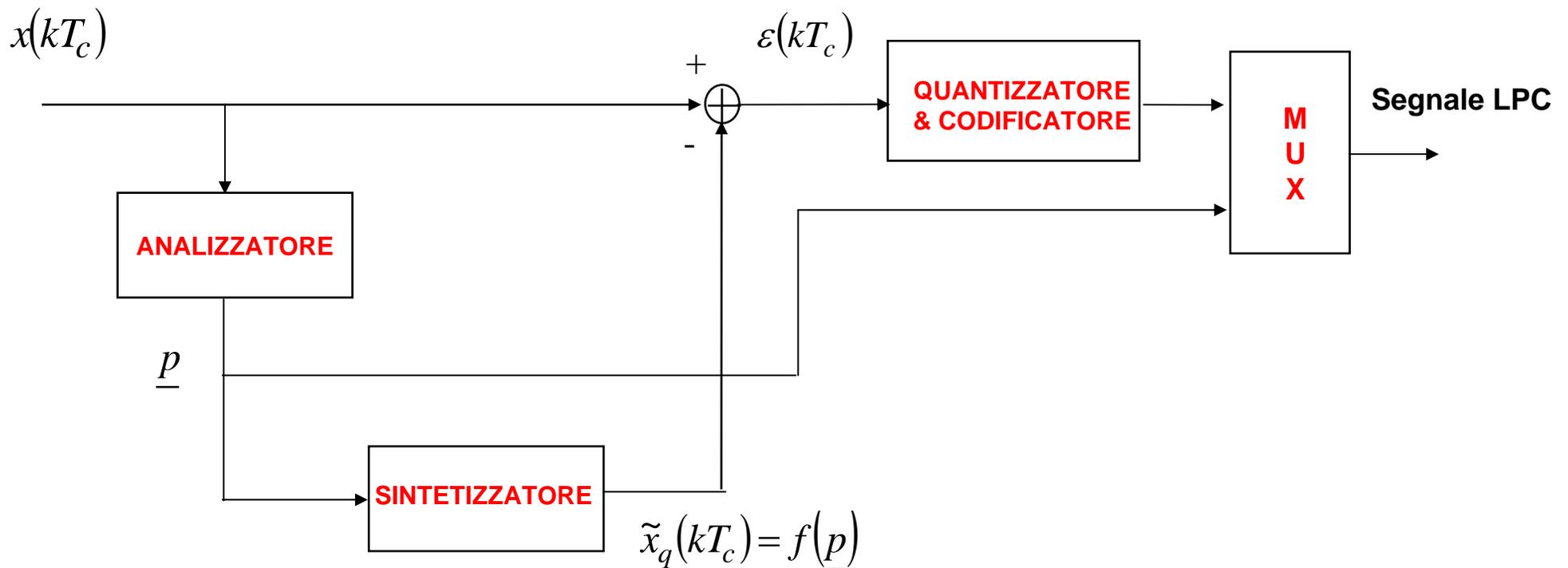




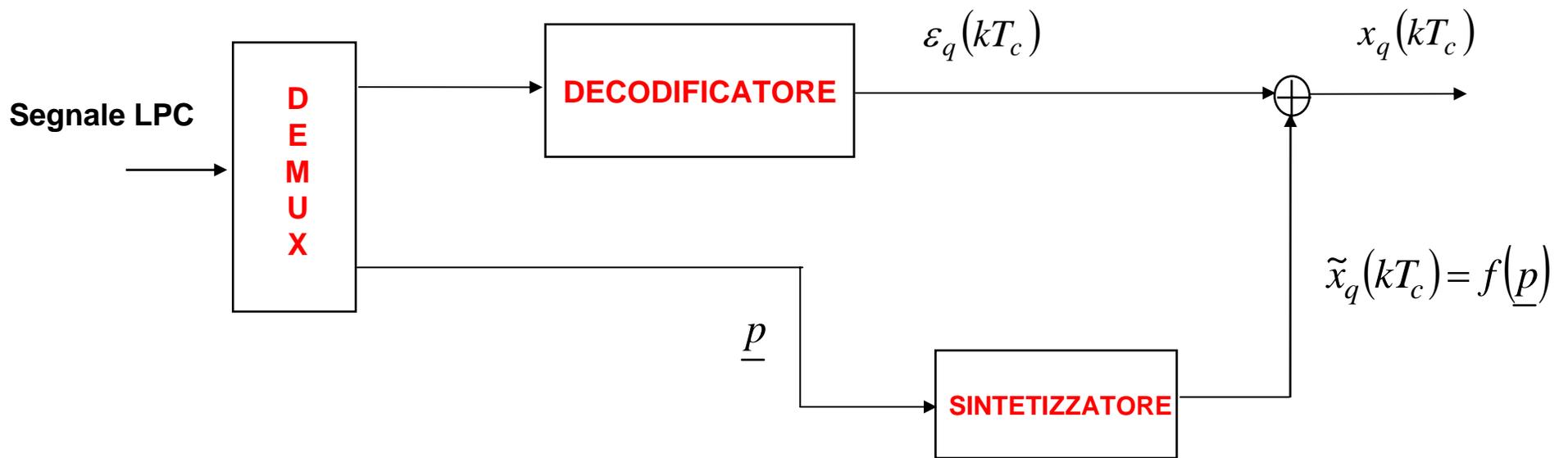
LPC: CODIFICATORE

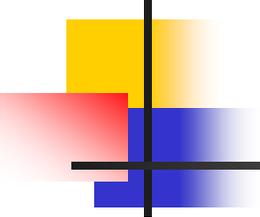
- Al fine di rendere possibile la ricostruzione del segnale originale, a differenza di quanto fatto con le altre tecniche predittive viste precedentemente, in questo caso è necessario trasmettere **non solo l'errore di predizione, ma anche il vettore di parametri del sintetizzatore.**
- **N.B.:** il vettore di parametri \underline{p} varia al variare dell'intervallo di trasmissione considerato.

LPC: SCHEMA DEL CODIFICATORE



LPC: SCHEMA DEL DECODIFICATORE

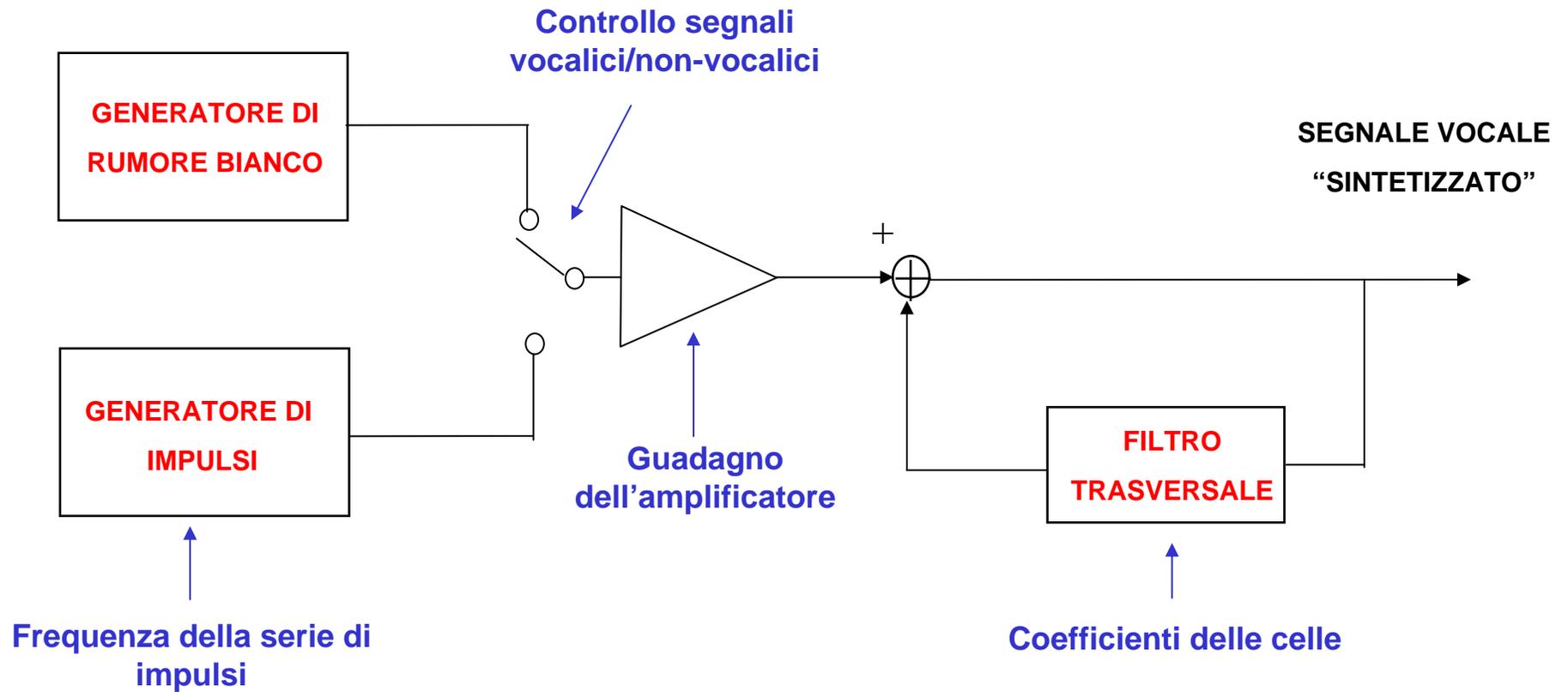




LPC: SINTETIZZATORE VOCALE

- **Applicazione tipica:** codifica della voce.
- **Sintetizzatore vocale:** è costituito da **due generatori**, un **amplificatore a guadagno variabile** e un **filtro trasversale**.
- **Generatori:** un generatore riproduce un rumore bianco (serve per ottenere **segnali non-vocalici**); l'altro generatore produce sequenze di impulsi (pitch) con frequenza appropriata (serve per ottenere **segnali vocalici**).
- **Amplificatore e filtro trasversale:** permettono di modellare le **proprietà acustiche della voce del parlatore**.

LPC: SCHEMA DEL SINTETIZZATORE VOCALE



LPC: TRASMISSIONE DELLA VOCE

- Utilizzando un filtro a **10 celle trasversali** e aggiornando \underline{p} ogni **10-25 [msec]**, si ottiene un **segnale sintetizzato comprensibile (sebbene metallico)**.
- Una parola di codice di un sistema LPC per la trasmissione della voce è solitamente costituita da **circa 80 bit**:
 - **1 bit** per la scelta tra **segnali vocalici/non-vocalici**;
 - **6 bit** per la **frequenza della serie di impulsi**;
 - **5 bit** per il **guadagno dell'amplificatore**;
 - **6 bit** per **ognuno dei 10 coefficienti del filtro trasversale**;
 - **8 bit** per la codifica dell'**errore di predizione**.

LPC: OCCUPAZIONE DI BANDA

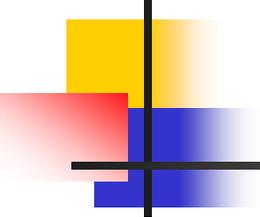
- Consideriamo il caso di **trasmissione della voce**. Aggiornare i parametri ogni 10-25 [msec] significa campionare con una frequenza di campionamento pari a:

$$f_c = 40 \div 100 \text{ [Hz]}$$

- La bit rate necessaria per la trasmissione LPC è quindi pari a:

$$r_b = nf_c = 80 \cdot (40 \div 100) = 3200 \div 8000 \text{ [Hz]}$$

- L'**occupazione di banda** è facilmente calcolabile a partire dalla *bit rate* sulla base del tipo di forma d'onda e della tecnica di trasmissione utilizzate per effettuare la trasmissione dei campioni (vedi CE2).



LPC: CONFRONTI

Vantaggio principale

- **Riduce sensibilmente la *bit rate* del segnale trasmesso** (minor occupazione di banda). Per questo motivo il *Linear Predictive Coding* è un approccio particolarmente adatto alle trasmissioni su canali con “problemi” di banda.

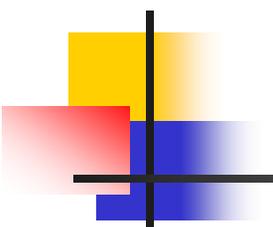
Svantaggi principali

- **Complessità hardware** superiore a quella di tutti i sistemi visti in precedenza (occorre un sintetizzatore in Tx e uno in Rx).
- **Qualità di riproduzione del segnale originale inferiore** a quella ottenibile con altri sistemi (presenza del sintetizzatore).

SISTEMI DI CODIFICA PREDITTIVI: CONFRONTI

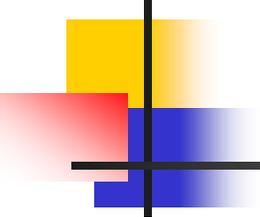
Confronto tra le *bit rate* in uscita dai sistemi di codifica predittivi visti (caso di **codifica della voce**)

SISTEMA DI CODIFICA	FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO [KHz]	BIT PER CAMPIONE	BIT RATE [Kbps]
PCM	8	7-8	56÷64
MD	64÷128	1	64÷128
MDA	48÷64	1	48÷64
DPCM	8	4÷6	32÷48
ADPCM	8	3÷4	24÷32
LPC	0.04÷0.1	≈80	3÷8



RESIDUAL EXCITED LINEAR PREDICTIVE CODING (RELPC)

- Come visto in precedenza, i sistemi LPC sono molto utili quando si può allocare **poca banda** alla trasmissione di un segnale (e quindi serve una **bassa bit rate**). Questo è il caso tipico dei sistemi di **telefonia cellulare wireless** e dei sistemi di **telecomunicazione satellitari**.
- **Problemi dei sistemi LPC applicati alla codifica della voce:** i sintetizzatori vocali sono in grado di riprodurre la chiarezza del parlato ma non riescono a riprodurre le **caratteristiche di intonazione vocale** di chi sta parlando.

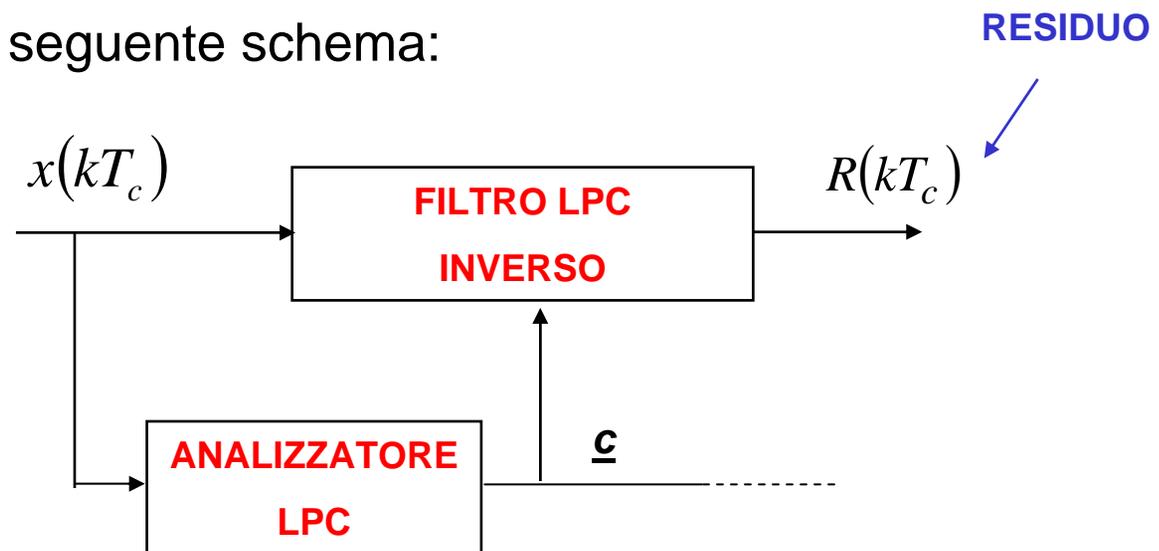


RESIDUAL EXCITED LINEAR PREDICTIVE CODING (RELPC)

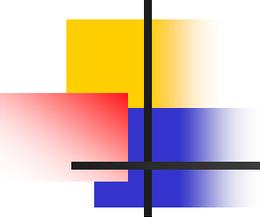
- Un'evoluzione importante dei sistemi LPC, che è alla base dello standard di telefonia mobile europeo GSM, è costituita dai sistemi *Residual Excited Linear Predictive Coding (RELPC)*.
- I sistemi RELPC implementano un **sistema di codifica della voce ibrido**: sfruttano in parte la forma d'onda originale del segnale ed in parte un sintetizzatore vocale.
- **Obiettivo dei sistemi RELPC**: ottenere un segnale vocale **percettivamente** molto simile a quello originale trasmettendo un flusso di dati con una **bit rate "piccola"**.

RELPC: RESIDUO

Consideriamo il seguente schema:

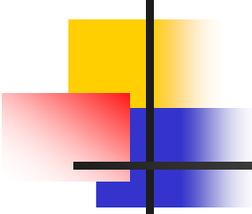


Trasmettendo il residuo $R(kT_c)$ quantizzato e codificato (oltre ai coefficienti \underline{c}) non è più necessario utilizzare i **generatori di rumore bianco e di impulsi**.



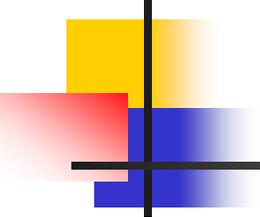
RELPC: RESIDUO

- Il residuo costituisce l'eccitazione ideale affinché il filtro LPC produca esattamente il segnale vocale originale.
- Se però trasmettessimo il residuo $R(kT_c)$ quantizzato e codificato otterremmo semplicemente un sistema analogo ad una **DPCM!**
- Vediamo invece di utilizzare una strategia che ci permetta di ottenere un **residuo** (ovvero una **sequenza di eccitazione del filtro LPC**) rappresentabile con una **bit rate minore** di quella di $R(kT_c)$ e che consenta di ricostruire un segnale **percettivamente** simile a quello originale.



RELPC: CODIFICATORE

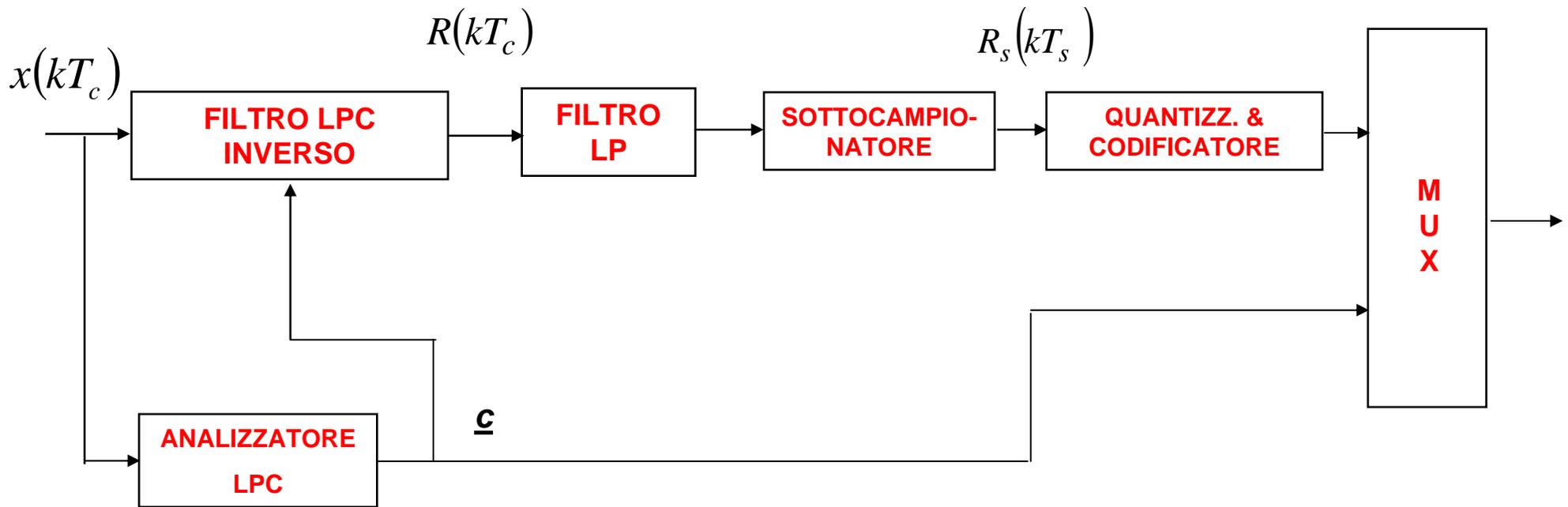
- Il filtro LPC inverso funziona come un **decorrelatore a breve termine** del segnale. In pratica, tale filtro elimina le alte frequenze del segnale vocale → l'informazione **percettivamente** più importante del residuo $R(kT_c)$ è contenuta nelle sue **componenti di bassa frequenza**.
- Pertanto, $R(kT_c)$ può essere filtrato con un **filtro passa basso** (tipicamente con frequenza di taglio $f_t = 800$ [Hz]) senza alterare significativamente il suo contenuto informativo (almeno dal punto di vista percettivo).

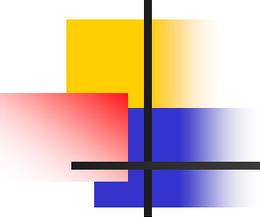


RELPC: CODIFICATORE

- $R(kT_c)$ è stato ottenuto da un segnale vocale con frequenza massima $f_{max} = 4 [KHz]$ e quindi è caratterizzato da una frequenza di campionamento $f_c = 1/T_c = 8 [KHz]$.
- Dopo il filtraggio, utilizzare la stessa f_c per rappresentare il segnale risultante è eccessivo. Si può pertanto sottocampionare al fine di ottenere una sequenza $R_s(kT_s)$ caratterizzata da una frequenza di campionamento f_s più bassa di f_c .
- Si può quindi trasmettere $R_s(kT_s)$ quantizzato e codificato. Il **vantaggio** che si ottiene è che, avendo sottocampionato, **la bit rate è molto diminuita rispetto al caso di trasmissione di $R(kT_c)$** .

RELPC: SCHEMA DEL CODIFICATORE

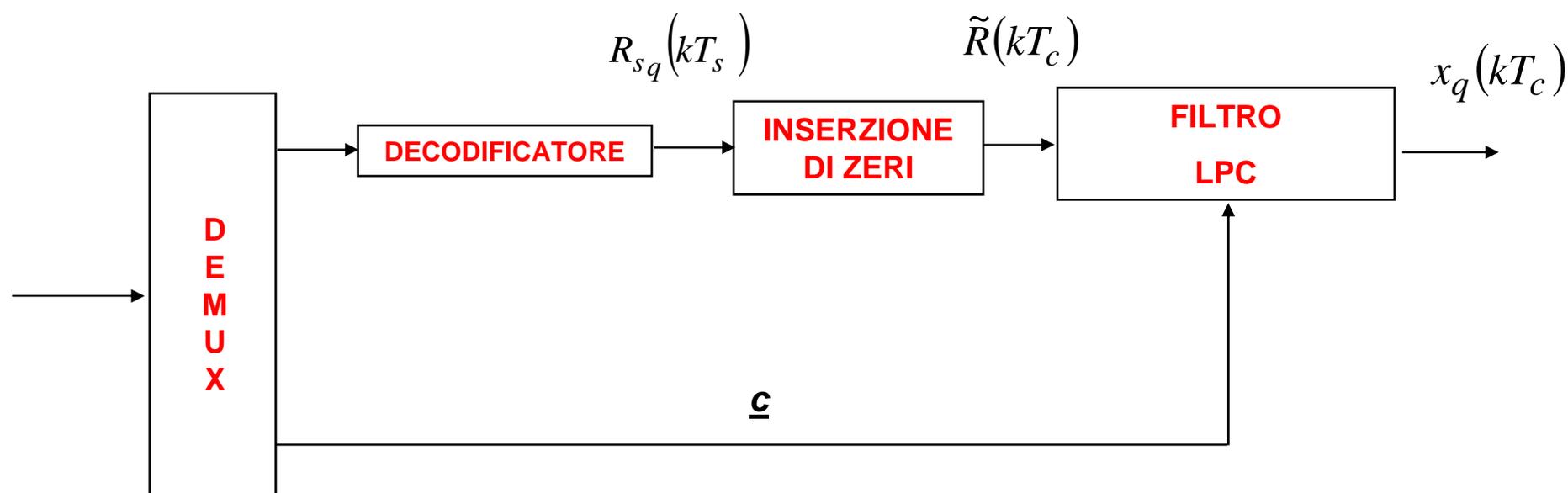


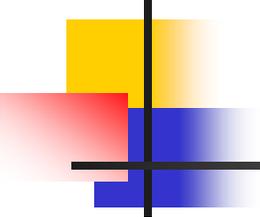


RELPC: DECODIFICATORE

- Per ricostruire $\tilde{R}(kT_c)$ a partire dal residuo filtrato, sottocampionato e quantizzato $R_{sq}(kT_s)$, è necessario **inserire degli zeri** nella sequenza $R_{sq}(kT_s)$ in modo da riportarsi alla stessa frequenza di $R(kT_c)$ e pertanto del segnale vocale campionato originale.
- In seguito, la sequenza $\tilde{R}(kT_c)$ viene inviata al filtro LPC per ottenere il segnale a destinazione $x_q(kT_c)$.

RELPC: SCHEMA DEL DECODIFICATORE

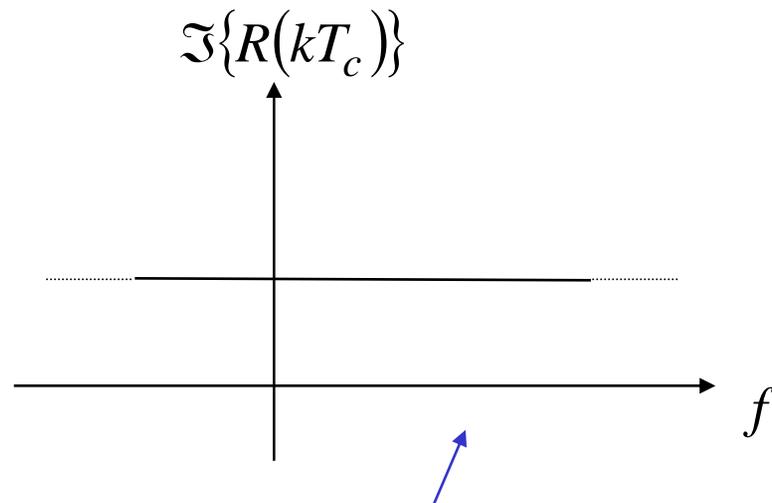
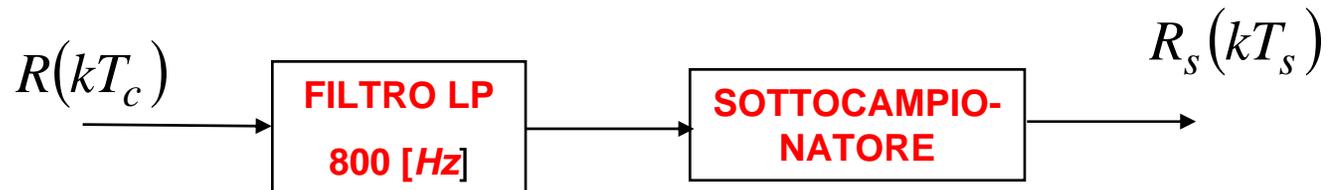




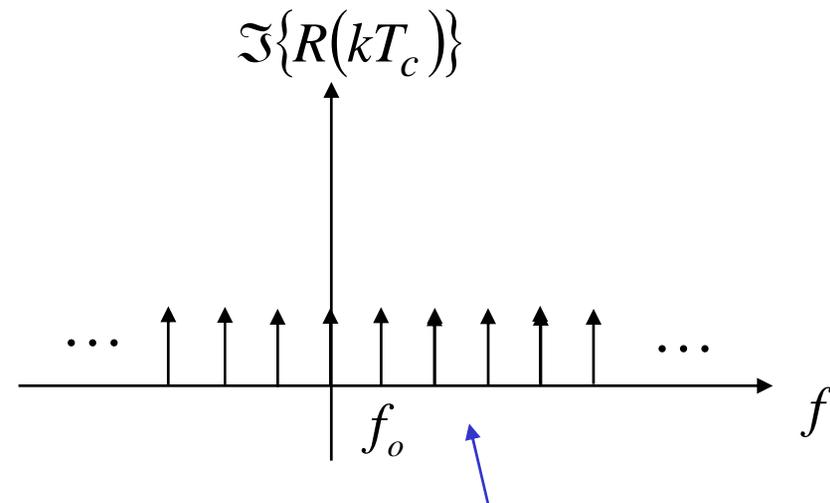
RELPC: DECODIFICATORE

- Il residuo $\tilde{R}(kT_c)$ ricostruito è affetto da errori sistematici dovuti a:
 - **filtraggio** di $R(kT_c)$ (danneggiamento del costrutto armonico).
 - **quantizzazione** di $R_s(kT_s)$;
- Il segnale vocale ricostruito a destinazione e il segnale originale possono essere anche significativamente **diversi** tra loro nel **dominio del tempo**, ma sono **percettivamente molto simili** (comportamento spettrale simile).

RELPC: APPROFONDIMENTO



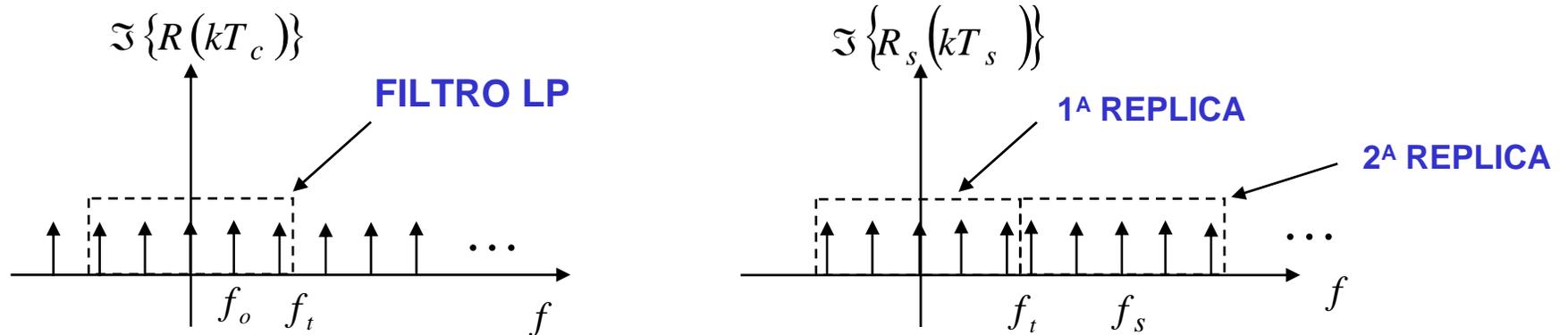
CASO IN CUI $R(kT_c)$ È COSTITUITO DA RUMORE BIANCO (SEGNALI NON-VOCALICI)



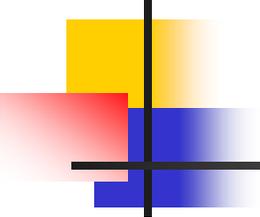
CASO IN CUI $R(kT_c)$ È COSTITUITO DA UN TRENO DI IMPULSI (SEGNALI VOCALICI)

RELPC: APPROFONDIMENTO

Consideriamo il caso in cui $R(kT_c)$ sia costituito da una **serie di impulsi** (il caso di rumore bianco è del tutto analogo).



Tipicamente: $80 [Hz] \leq f_o \leq 400 [Hz]$, $f_t = 800 [Hz]$.



RELPC: APPROFONDIMENTO

- All'interno di ciascuna replica il costruito armonico viene conservato.
- Tra le repliche non si conserva la distanza tra gli impulsi → il costruito armonico tra le repliche non si conserva → la voce risulta un po' alterata.
- Tuttavia, il degrado della qualità vocale ottenuto è accettabile.

ESEMPIO: GSM

- Come già detto, il sistema RELPC è alla base della codifica vocale per il sistema di **telefonia cellulare digitale GSM** (in realtà il sistema di codifica è un po' più complesso di quanto abbiamo visto).
- **Specifiche GSM:** la *bit rate* allocata per una comunicazione vocale è pari a **16 [kbit/sec]**.
- In realtà nel GSM è stato realizzato un codificatore vocale in grado di ottenere una qualità **percettivamente** simile a quella di una **PCM a 64 [Kbit/sec]** con una *bit rate* pari a **13 [Kbit/sec]**. I **3 [Kbit/sec]** eccedenti sono stati utilizzati per la **codifica a protezione d'errore** del messaggio.