

Elettronica I – Generatore equivalente; massimo trasferimento di potenza; sovrapposizione degli effetti

Valentino Liberali

Dipartimento di Tecnologie dell'Informazione
Università di Milano, 26013 Crema

e-mail: liberali@dti.unimi.it

<http://www.dti.unimi.it/~liberali>

Elettronica I – Generatore equivalente; massimo trasferimento di potenza; sovrapposizione degli effetti – p. 1

Programma – parte 2

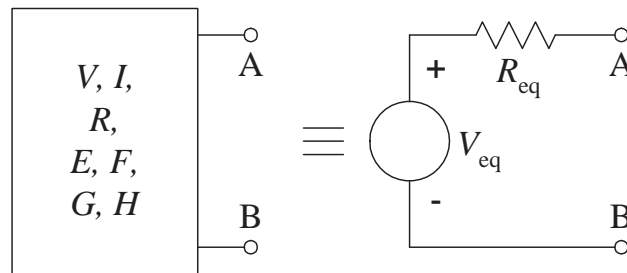
2. Circuiti in continua.

- (l) ...
- (m) Generatori dipendenti e indipendenti.
- (n) Teoremi di Thévenin e di Norton.
- (o) Teorema del massimo trasferimento di potenza.
- (p) Principio di sovrapposizione degli effetti.
- (q) L'amplificatore operazionale ideale.
- (r) ...

Elettronica I – Generatore equivalente; massimo trasferimento di potenza; sovrapposizione degli effetti – p. 2

Generatore equivalente di Thévenin (1/4)

Dal punto di vista di due terminali di uscita A e B, una qualsiasi rete elettrica contenente generatori e resistenze è equivalente ad un generatore di tensione V_{eq} in serie ad una resistenza R_{eq} .

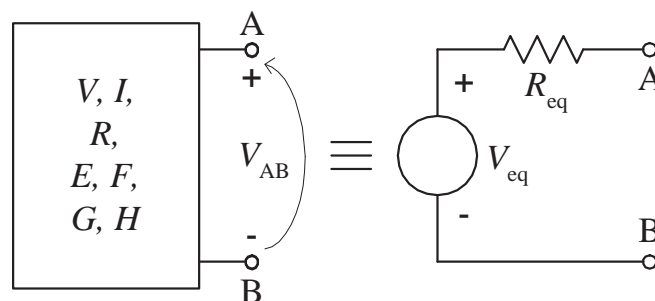


Generatore equivalente di Thévenin

Generatore equivalente di Thévenin (2/4)

La tensione del generatore di Thévenin V_{eq} è la **tensione di circuito aperto** V_{AB} , che si ottiene risolvendo il circuito:

$$V_{eq} = V_{AB}$$



Generatore equivalente di Thévenin (3/4)

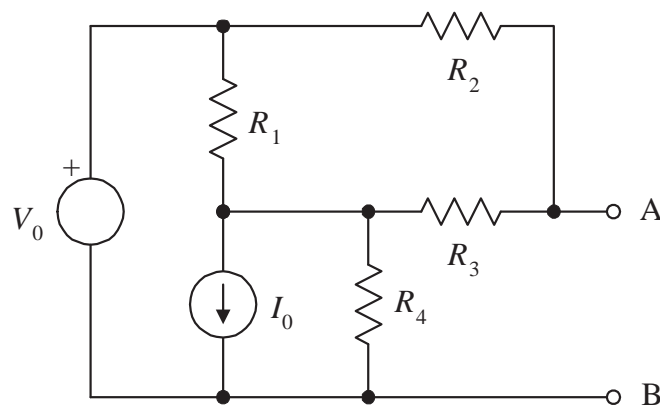
La resistenza del generatore di Thévenin R_{eq} è la resistenza vista tra i terminali A e B **spegnendo tutti i generatori indipendenti**.

Se non ci sono generatori dipendenti nel circuito, il calcolo della resistenza equivalente è semplice: bisogna spegnere tutti i generatori ($V = 0$ per i generatori di tensione, $I = 0$ per i generatori di corrente) e calcolare la resistenza R_{AB} applicando le formule per il collegamento in serie e in parallelo di resistenze.

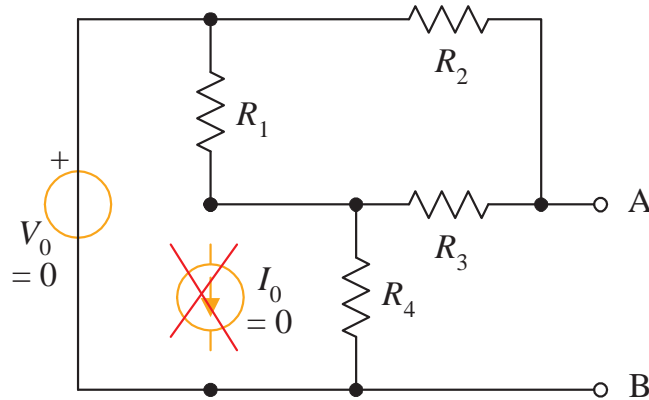
$$R_{eq} = R_{AB}$$

Esempio (1/2)

Calcolare la resistenza tra i terminali A e B.



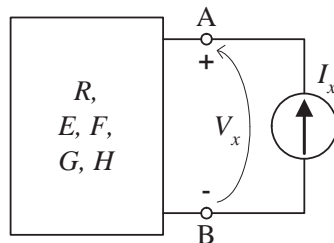
Esempio (2/2)



$$R_{AB} = R_2 // (R_3 + (R_1 // R_4))$$

Generatore equivalente di Thévenin (4/4)

Se nel circuito **ci sono generatori dipendenti**, bisogna spegnere tutti i generatori indipendenti, collegare tra A e B un generatore di corrente I_x , trovare la tensione V_x , e calcolare la resistenza R_{eq} :

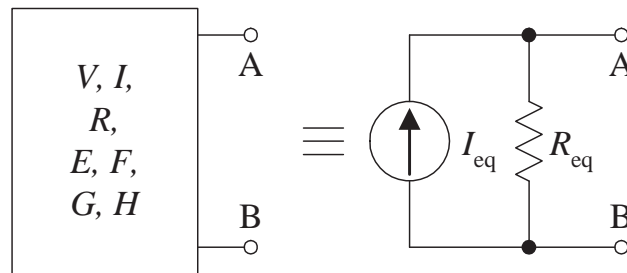


$$R_{eq} = \frac{V_x}{I_x}$$

Osservazione: si applica la CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI al circuito di cui si vuole calcolare la resistenza equivalente, **NON** al generatore I_x !

Generatore equivalente di Norton (1/3)

Dal punto di vista di due terminali di uscita A e B, una qualsiasi rete elettrica contenente generatori e resistenze è equivalente ad un generatore di corrente I_{eq} in parallelo ad una resistenza R_{eq} .

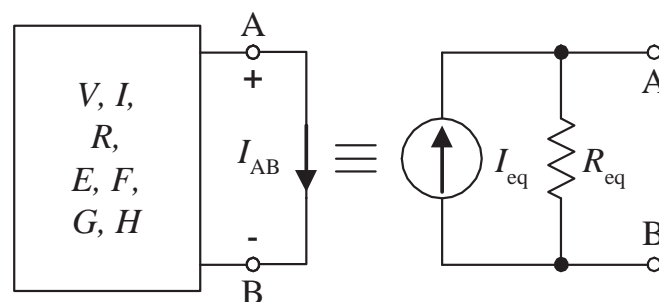


Generatore equivalente di Norton

Generatore equivalente di Norton (2/3)

La corrente del generatore di Norton I_{eq} è la corrente di cortocircuito I_{AB} (si ottiene **cortocircuitando i terminali A e B** e risolvendo il circuito):

$$I_{eq} = I_{AB}$$



Generatore equivalente di Norton (3/3)

- La resistenza del generatore di Norton R_{eq} è la stessa del generatore di Thévenin.
- La corrente del generatore di Norton I_{eq} è legata alla tensione del generatore di Thévenin V_{eq} dalla relazione:

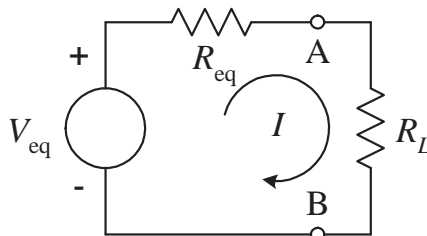
$$V_{eq} = R_{eq}I_{eq}$$

Quindi è sufficiente calcolare DUE dei tre parametri (V_{eq} , I_{eq} , R_{eq}); il terzo si ricava dagli altri due.

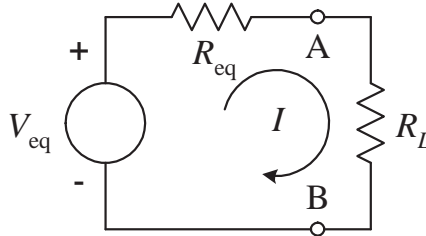
Massimo trasferimento di potenza (1/5)

Ad un generatore di Thévenin è collegato un carico resistivo R_L .

Vogliamo trovare il valore della resistenza di carico R_L che assorbe la massima potenza dal generatore.



Massimo trasferimento di potenza (2/5)



$$V_{eq} - R_{eq}I - R_L I = 0 \quad (\text{KVL})$$

$$I = \frac{V_{eq}}{R_{eq} + R_L}$$

$$P = R_L I^2 = V_{eq}^2 \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2}$$

Massimo trasferimento di potenza (3/5)

Dobbiamo trovare il valore di R_L per cui P assume il massimo valore.

$$P = R_L I^2 = V_{eq}^2 \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2}$$

Il valore massimo di P si ottiene calcolando il massimo rispetto alla variabile R_L della funzione:

$$y = \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2}$$

y è sempre positiva, tranne che per $R_L = 0$ e $R_L \rightarrow \infty$, in cui $y = 0$

Massimo trasferimento di potenza (4/5)

Nel punto di massimo si annulla la derivata prima della funzione:

$$y = \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2}$$

Quindi il valore cercato è soluzione dell'equazione:

$$\frac{dy}{dR_L} = 0$$

$$\frac{(R_{eq} + R_L)^2 - 2(R_{eq} + R_L)R_L}{(R_{eq} + R_L)^4} = 0$$

Massimo trasferimento di potenza (5/5)

Moltiplicando per $(R_{eq} + R_L)^4$ e semplificando, si ottiene:

$$R_{eq}^2 - R_L^2 = 0$$

che ha DUE soluzioni: $R_L = R_{eq}$ e $R_L = -R_{eq}$.

La soluzione negativa non è fisicamente realizzabile (le resistenze hanno solo valori positivi).

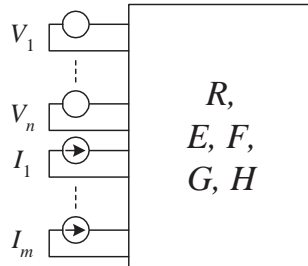
L'unica soluzione è:

$$R_L = R_{eq}$$

Teorema del massimo trasferimento di potenza: La potenza trasferita al carico è massima quando **la resistenza di carico è uguale alla resistenza interna del generatore equivalente.**

Sovrapposizione degli effetti (1/3)

Circuito con più generatori indipendenti di tensione e di corrente:



Se il circuito è **lineare**, gli effetti dei generatori si sommano
→ si può **calcolare separatamente l'effetto prodotto da ogni generatore e poi calcolare la somma degli effetti.**

Sovrapposizione degli effetti (2/3)

Si procede nel modo seguente:

1. si spengono tutti i generatori indipendenti tranne uno;
2. si calcolano le tensioni e le correnti risultanti;
3. si ripetono i passi 1 e 2 per ciascuno dei generatori indipendenti;
4. si sommano i risultati parziali ottenuti.

Sovrapposizione degli effetti (3/3)

Ricordare sempre che:

- il principio di sovrapposizione degli effetti si applica solo per circuiti lineari (**tutti** gli elementi circuitali devono essere lineari);
- il principio di sovrapposizione degli effetti vale solo per grandezze che dipendono linearmente (ad esempio, non si può usare per calcolare la potenza);
- tutti i generatori dipendenti devono essere *lasciati*, come per il calcolo della resistenza dei generatori equivalenti di Thévenin e di Norton.

Esercizio

$V_0 = 5 \text{ V}$, $I_0 = 8 \text{ mA}$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 500 \Omega$, $R_3 = 500 \Omega$,
 $R_4 = 500 \Omega$

Ricavare il circuito equivalente di Norton tra A e B.

