

# Urti elastici

Marco Bergami - e-mail [marco.bergami@tin.it](mailto:marco.bergami@tin.it)

Quando si parla di *urti elastici* bisogna considerare due importanti leggi fisiche:

1. legge di conservazione della *quantità di moto*;
2. legge di conservazione dell' *energia cinetica*.

La quantità di moto  $\mathbf{p}$  di un corpo di massa  $m$ , che si muove con velocità  $\mathbf{v}$ , è un vettore dato dalla relazione:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

L'energia cinetica dello stesso corpo è data dalla relazione:

$$T = \frac{1}{2} m |\mathbf{v}|^2$$

Consideriamo il caso unidimensionale in modo da poter considerare i vettori precedenti come scalari; consideriamo il caso di due corpi (intesi come punti materiali) di masse rispettivamente  $m_1$  e  $m_2$ , che si muovano alle velocità  $v_{i1}$  e  $v_{i2}$ ; siano poi  $v_{f1}$  e  $v_{f2}$  le velocità assunte dai rispettivi corpi dopo l'urto. Impostiamo il sistema di 2 equazioni (le due leggi sopra citate) in 2 incognite ( $v_{f1}$  e  $v_{f2}$ ) e chiediamo aiuto al software per risolverlo:

Given

$$m_1 \cdot v_{i1} + m_2 \cdot v_{i2} = m_1 \cdot v_{f1} + m_2 \cdot v_{f2}$$

conservazione della quantità di moto

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_{i1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_{i2}^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_{f2}^2$$

conservazione dell'energia

$$\text{Find}(v_{f1}, v_{f2}) \text{ collect, } v_{i1}, v_{i2} \rightarrow \left[ v_{i1} \frac{(-m_2 + m_1)}{(m_2 + m_1)} \cdot v_{i1} + 2 \cdot m_2 \cdot \frac{v_{i2}}{(m_2 + m_1)} \right]$$

$$\left[ v_{i2} \quad 2 \cdot \frac{m_1}{(m_2 + m_1)} \cdot v_{i1} + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_2 + m_1)} \cdot v_{i2} \right]$$

Come si può notare esistono due soluzioni al sistema (era prevedibile essendo un'equazione di secondo grado). La prima però, rappresenta il caso in cui i due corpi, non interagendo, si attraversano l'uno con l'altro, senza quindi modificare il proprio moto. Trascurato questo caso banale e non significativo per lo scopo del nostro la seconda soluzione, che è anche la soluzione finale del nostro problema.

Esempio : Un corpo A, di massa  $m_A$ , si muove con una velocità  $v_{Ai}$  verso un corpo B, di massa  $m_B$ , che si muove con una velocità  $v_{Bi}$ . Che velocità avranno i due corpi dopo essersi scontrati?  
 N.B.: se i due corpi si muovono uno verso l'altro occorre considerare negativa una delle velocità.

Corpo A:

massa:  $m_A := 12\text{kg}$

velocità iniziale:  $v_{Ai} := 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Corpo B:

massa:  $m_B := 8\text{kg}$

velocità iniziale:  $v_{Bi} := -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Massa totale del sistema:  $M := m_A + m_B$

$M = 20\text{kg}$

Espressioni delle velocità finali:

Espressioni delle velocità finali.

$$v_{Af} := \frac{(m_A - m_B)}{M} \cdot v_{Ai} + 2 \cdot m_B \cdot \frac{v_{Bi}}{M}$$

$$v_{Bf} := 2 \cdot \frac{m_A}{M} \cdot v_{Ai} + \frac{(m_B - m_A)}{M} \cdot v_{Bi}$$

Risultati numerici:

$$v_{Af} = -3.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{Bf} = 4.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

I corpi A e B avranno, dopo l'urto, le velocità indicate.

[Torna alla pagina precedente](#)