



Università degli studi di Pisa

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Elettrica

DISPENSE DI MACCHINE ELETTRICHE
TRATTE DAL CORSO TENUTO DAL PROF.
OTTORINO BRUNO

TRASFORMATORE

A cura dello studente Gabriele Giovanni Padovano
Con la supervisione del prof. Luca Sani

Anno Accademico 2011/12

Indice

Indice delle figure	iii
Introduzione	iv
1 Il trasformatore monofase	1
1.1 Struttura	1
1.2 Principio di funzionamento e circuito equivalente	3
1.2.1 Principio di funzionamento	3
1.3 Il trasformatore ideale	3
1.4 Il trasformatore reale	7
1.5 Modifiche del circuito equivalente del trasformatore	11
1.6 Determinazione dei parametri del circuito equivalente	12
1.7 Caduta di tensione del trasformatore da vuoto a carico	13
1.8 Dati di targa	14
1.9 Perdite nei materiali magnetici	15
1.9.1 Perdite per isteresi	15
1.9.2 Perdite per correnti parassite	16
1.9.3 Cifra di perdita di una lamiera magnetica	17
2 Il trasformatore trifase	18
2.1 Struttura	18
2.2 Collegamenti del trasformatore trifase e rapporto di trasformazione	20
2.3 Gruppo di appartenenza di un trasformatore trifase	22
2.4 Parallelo di trasformatori	23
2.5 Prove sperimentali sul trasformatore trifase	27
2.5.1 Prova a vuoto	27
2.5.2 Prova in cortocircuito	30
2.6 Curva del rendimento al variare del f.d.p. del carico	33

Elenco delle figure

1.1	Trasformatore monofase.	1
1.2	Nuclei magnetici a colonna (a) e a mantello (b).	2
1.3	Scomposizione del nucleo magnetico.	2
1.4	Alloggiamento degli avvolgimenti.	2
1.5	Struttura del trasformatore monofase ideale.	4
1.6	Diagramma vettoriale del trasformatore ideale nel funziona- mento a vuoto.	5
1.7	Diagramma vettoriale del trasformatore ideale nel funziona- mento a carico.	6
1.8	Circuito equivalente che tiene conto della corrente di magne- tizzazione.	8
1.9	Rappresentazione equivalente delle perdite nel ferro.	9
1.10	Rappresentazione circuitale dei flussi dispersi.	9
1.11	Circuito equivalente del trasformatore reale.	10
1.12	Diagramma vettoriale a carico.	10
1.13	Circuito equivalente semplificato ridotto al primario.	11
1.14	Circuito equivalente semplificato ridotto al secondario.	12
1.15	Calcolo della caduta di tensione industriale.	13
1.16	Ciclo di isteresi simmetrico.	16
1.17	Andamento delle correnti parassite (linee nere) all'interno di un materiale ferromagnetico massiccio.	17
2.1	Sintesi del nucleo trifase a tre colonne a partire da tre nuclei monofasi.	19
2.2	Sintesi del nucleo trifase a cinque colonne a partire da tre nuclei monofasi.	19
2.3	Connessione a stella: relazioni tra grandezze di linea e di fase.	20
2.4	Connessione a triangolo: relazioni tra grandezze di linea e di fase.	20
2.5	Connessione Dy11.	22
2.6	Trasformatori in parallelo.	23
2.7	Circuito equivalente di Thevenin ai capi dell'impedenza di carico.	25

2.8	Schema di misura per la prova a vuoto sul trasformatore trifase	27
2.9	Circuito equivalente del trasformatore per descrivere il funzionamento a vuoto	28
2.10	Forma della corrente magnetizzante	30
2.11	Schema di misura per la prova in cortocircuito sul trasformatore trifase	31
2.12	Circuito equivalente del trasformatore in cortocircuito riportato al primario	32
2.13	Trasformatore in funzionamento a carico	33
2.14	Curva del rendimento in funzione della corrente di carico al variare del $\cos \varphi$	34

Introduzione

Il trasformatore è una macchina elettrica statica, priva cioè di elementi rotanti, che trasforma la potenza elettrica in corrente alternata, alterando i valori di tensione e di corrente con cui essa viene erogata.

Il principio di funzionamento del trasformatore si basa sulla legge dell'induzione elettromagnetica (legge di Faraday-Lenz) tra circuiti mutuamente accoppiati. Ne consegue che il trasformatore non può funzionare con alimentazioni in corrente continua, ma necessita di alimentazioni variabili nel tempo.

Pur non convertendo l'energia elettrica in energia meccanica o viceversa, come avviene per le macchine elettriche rotanti (sincrono, asincrono...), esso riveste un ruolo essenziale nell'ambito elettrico. Infatti, grazie alle sue prerogative, è possibile produrre, trasportare e distribuire energia elettrica ai valori di tensione più convenienti dal punto di vista tecnico ed economico.

Tipicamente, questa macchina, consente di generare l'energia elettrica alla tensione più economica per i generatori (indicativamente 10 kV), di trasmetterla alla tensione più economica per i sistemi di trasmissione (230 - 400 kV) e di utilizzarla alla tensione più adatta per i dispositivi utilizzatori (230-400 V).

Inoltre, una delle ragioni per cui vengono impiegati, è legata a motivi di sicurezza. Infatti, la tensione di alimentazione degli apparecchi utilizzatori, deve essere contenuta in generale entro alcune centinaia di Volt, per non presentare un rischio per l'uomo, in caso di contatto accidentale con il componente guasto.

Le applicazioni del trasformatore sono tuttavia ben più ampie di quelle che riguardano strettamente l'aspetto energetico. Il trasformatore può, di caso in caso, svolgere ruoli diversi: isolamento galvanico fra due circuiti, adattamento di impedenze, misurazione di tensioni e correnti, etc.

Capitolo 1

Il trasformatore monofase

1.1 Struttura

Il trasformatore monofase è composto da:

1. circuito magnetico
2. avvolgimenti primario/secondario

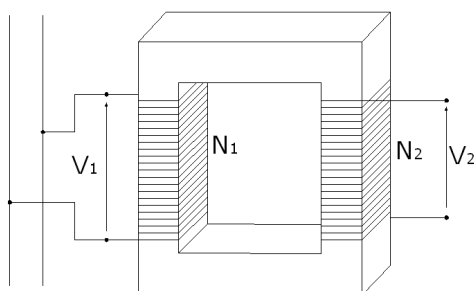


Figura 1.1: Trasformatore monofase.

Circuito magnetico

Il circuito magnetico è costituito da un nucleo di ferro a bassa riluttanza, generalmente a sezione costante e in configurazione *a colonna o a mantello*, in caso di trasformatori monofase e trifase rispettivamente.

Il nucleo del trasformatore è normalmente costruito con materiale magnetico ad alta permeabilità. Questo consente di ottenere un buon accoppiamento magnetico tra i due circuiti e allo stesso tempo consente di contenere il valore della corrente assorbita a primario per produrre il flusso necessario.

Trasformatori in aria (ovvero senza nucleo ferromagnetico) possono trovare applicazione in circuiti di piccola potenza e comunque solo in corrispondenza a frequenze di alimentazione molto alte.

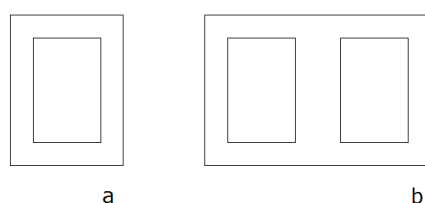


Figura 1.2: Nuclei magnetici a colonna (a) e a mantello (b).

Per comodità di costruzione, il nucleo magnetico è suddiviso in sezioni, chiamate gioghi e colonne.

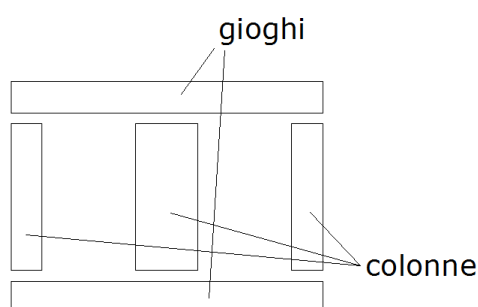


Figura 1.3: Scomposizione del nucleo magnetico.

Un problema importante, nella realizzazione della struttura magnetica del trasformatore, è costituito dalla necessità di ridurre i tratti in aria nelle zone di congiunzione tra colonne e gioghi. Tali tratti, detti traferri, portano ad un incremento della f.m.m. necessaria ad magnetizzare il trasformatore in condizioni di flusso nominale e di conseguenza portano ad un incremento della corrente a vuoto della macchina.

Avvolgimenti primario/secondario

Gli avvolgimenti vengono realizzate in bobine, generalmente di forma cilindrica quando vengono avvolte con una bobinatrice. Gli avvolgimenti primari e secondari di un trasformatore vengono normalmente disposti sulla stessa colonna, al fine di ridurre i flussi dispersi.

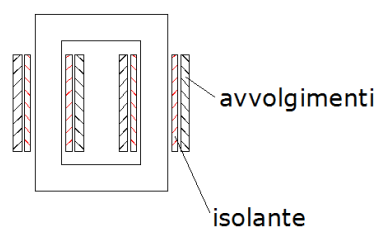


Figura 1.4: Alloggiamento degli avvolgimenti.

1.2 Principio di funzionamento e circuito equivalente

1.2.1 Principio di funzionamento

Se si alimenta uno dei due avvolgimenti (primario) con una tensione alternata, nel nucleo nasce un flusso magnetico alternato la cui ampiezza dipende dalla tensione di alimentazione, dalla frequenza e dal numero di spire dell'avvolgimento. Grazie all'azione del nucleo, questo flusso si concatena quasi per intero con il secondo avvolgimento (secondario) e induce in esso una f.e.m. la cui ampiezza dipende dal numero di spire secondarie e dalla frequenza.

Scegliendo opportunamente i numeri di spire primarie e secondarie è possibile variare il valore del rapporto tra la tensione di alimentazione primaria e la tensione indotta secondaria.

In genere, l'avvolgimento che viene alimentato alla tensione da trasformare è detto *avvolgimento primario*, mentre quello che fornisce ai morsetti la tensione trasformata viene detto *avvolgimento secondario*.

Tuttavia, essendo il funzionamento del trasformatore perfettamente reversibile, la distinzione tra avvolgimento primario e avvolgimento secondario non è legata ad alcun fatto costruttivo.

Costruttivamente, invece, i due avvolgimenti possono essere distinti in.

- avvolgimento in alta tensione (AT), quello con maggior numero di spire
- avvolgimento in bassa tensione (BT), quello con minor numero di spire

Il trasformatore può, allora, funzionare come elevatore di tensione se si alimenta come primario l'avvolgimento in BT, mentre funziona come abbassatore se si alimenta come primario l'avvolgimento in AT.

1.3 Il trasformatore ideale

Per mettere in rilievo le caratteristiche fondamentali del trasformatore, da un punto di vista didattico, risulta conveniente considerarlo inizialmente ideale. Esso gode delle seguenti proprietà:

- assenza di perdite per effetto Joule negli avvolgimenti primari e secondari, ovvero la resistenza ohmica delle bobine è nulla.
- assenza di perdite nel ferro, ovvero la resistività elettrica del lamierino magnetico costituente il nucleo è infinita ed il ciclo di isteresi del materiale ha area nulla.
- riluttanza principale del nucleo magnetico nulla, ovvero la permeabilità magnetica dei lamierini è infinita. Tale condizione implica che il flusso

magnetico generato dagli avvolgimenti è confinato solo nel circuito magnetico (flusso principale) e sono assenti flussi dispersi dalle singole bobine.

Riferendosi al caso monofase, la struttura del trasformatore ideale è la seguente:

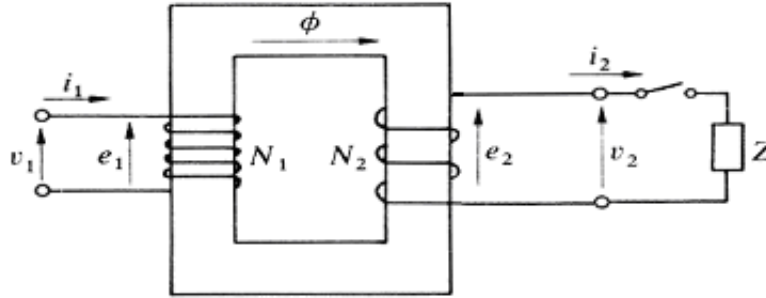


Figura 1.5: Struttura del trasformatore monofase ideale.

Supponiamo, dapprima, che il trasformatore ideale non eroghi corrente al secondario, cioè sia in condizioni di funzionamento a vuoto.

Si applichi una tensione alternata $v_1(t)$ al primario. Grazie alle ipotesi indicate, l'avvolgimento primario si comporta come un circuito puramente induttivo. Esso assorbirà, quindi, una corrente I_μ sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione applicata. Tale corrente produrrà nel nucleo magnetico un flusso principale Φ_0 alternato che varia con la stessa fase della corrente. Nella bobina primaria si genera perciò una forza elettromotrice indotta che controbilancia esattamente la tensione imposta.

Analogamente sul secondario la tensione ai morsetti v_2 sarà pari alla f.e.m. e_2 . Si può quindi scrivere:

$$v_1 = e_1 = -\frac{d\psi}{dt} = -N_1 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} \quad (1.1)$$

$$v_2 = e_2 = -\frac{d\psi}{dt} = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} \quad (1.2)$$

Riferendosi al caso comune di alimentazione sinusoidale a frequenza f è possibile riscrivere le precedenti equazioni mediante notazione fasoriale.

$$\Phi_p = \bar{\Phi}_0 \sin(\omega t) \quad (1.3)$$

dove $\bar{\Phi}_0$ rappresenta l'ampiezza massima della sinusoide del flusso principale. Ne consegue che le tensioni efficaci indotte sulle bobine diventano:

$$\dot{E}_1 = -j\omega N_1 \frac{(\dot{\Phi}_0)}{\sqrt{2}} = -j4.44f \cdot N_1 \cdot \bar{\Phi}_0 \quad (1.4)$$

$$\dot{E}_2 = -j\omega N_2 \frac{(\dot{\Phi}_0)}{\sqrt{2}} = -j4.44f \cdot N_2 \cdot \bar{\Phi}_0 \quad (1.5)$$

Risulta evidente che:

$$\tau = \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (1.6)$$

ossia le due fem primaria e secondaria stanno fra loro nel rapporto diretto dei numeri di spire dei rispettivi avvolgimenti.

Tale rapporto è detto *rapporto di trasformazione* ed è indicato con τ .

Tuttavia, essendo E_1 uguale in valore alla tensione applicata V_1 e d'altra parte la fem E_2 costituisce la tensione che si manifesta ai morsetti secondari V_2 , si può scrivere che:

$$\tau = \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \cong \frac{V_1}{V_2} \quad (1.7)$$

Detta \mathfrak{R} la riluttanza del nucleo, applicando la legge di Hopkinson al circuito magnetico si ricava l'espressione di I_μ :

$$I_\mu = \frac{\Phi_0 \cdot \mathfrak{R}}{N_1} \quad (1.8)$$

Questa corrente costituisce la corrente magnetizzante del trasformatore. Per limitarla è necessario rendere minima la riluttanza.

Il diagramma vettoriale del trasformatore ideale nel funzionamento a vuoto risulta il seguente:

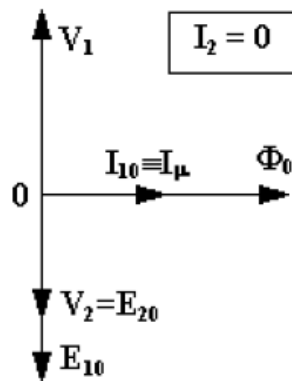


Figura 1.6: Diagramma vettoriale del trasformatore ideale nel funzionamento a vuoto.

Considerando il **funzionamento a carico** (interruttore chiuso nella figura 1.5) ai morsetti dell'avvolgimento secondario è allacciata una impedenza Z che si suppone di carattere induttivo. La fem secondaria E_2 fa circolare in

questa impedenza una corrente I_2 che risulta sfasata rispetto alla fem di un certo angolo ψ_2 .

Scrivendo la legge della circuitazione magnetica alla linea media dell'elettromagnete si ha:

$$N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 = \mathfrak{R} \cdot \Phi_0 = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot I_2 \quad (1.9)$$

Ne consegue che anche i moduli delle correnti primaria e secondaria sono legate dal rapporto spire.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\tau} \quad (1.10)$$

Utilizzando il rapporto di trasformazione di tensione e quello in corrente, si ottiene l'uguaglianza tra la potenza apparente assorbita ed erogata dal trasformatore.

$$S_1 = E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2 = S_2 \quad (1.11)$$

Dalla (1.11) si intuisce immediatamente la modalità secondo cui la potenza elettrica, che transita attraverso la macchina, viene alterata nei suoi due fattori principali, la tensione e la corrente in modo inversamente proporzionale. Dove si hanno alte tensioni si hanno basse correnti e viceversa.

Poiché il trasformatore ideale al suo interno non dissipa alcuna potenza attiva (macchina a rendimento unitario) ed non impegna nessuna potenza reattiva, si ha l'immediata uguaglianza del triangolo delle potenze ai morsetti primari e secondari.

Il diagramma vettoriale a carico del trasformatore ideale è il seguente:

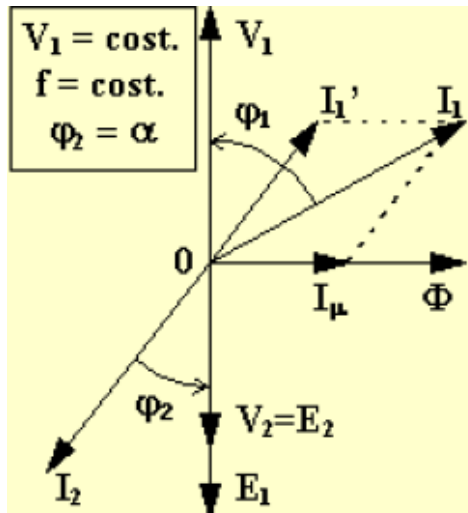


Figura 1.7: Diagramma vettoriale del trasformatore ideale nel funzionamento a carico.

1.4 Il trasformatore reale

Lo studio del trasformatore reale viene introdotto eliminando una alla volta le condizioni di idealità indicate nella sezione precedente.

1. Riluttanza principale del nucleo magnetico non nulla.

Il nucleo magnetico di un trasformatore presenta una riluttanza magnetica non nulla. Ciò significa che per sostenere il flusso magnetico principale nel nucleo si deve impegnare una forza magnetomotrice. E', quindi, possibile dire che:

$$N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 = \mathfrak{R} \cdot \Phi_0 > 0 \quad (1.12)$$

In genere, si è soliti associare le amperspire necessarie per magnetizzare il nucleo al solo avvolgimento primario, grazie alla definizione della corrente magnetizzante I_m . In altre parole la corrente magnetizzante primaria ha il compito esclusivo di produrre il flusso principale di macchina.

La relazione precedente permette di definire la corrente primaria nel seguente modo:

$$N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 = \mathfrak{R} \cdot \Phi_0 = N_1 \cdot I_m \rightarrow I_1 = I_m - \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2 = I_m + I_2' \quad (1.13)$$

dove I_2' , detta corrente di reazione, rappresenta la corrente secondaria riportata al lato primario del trasformatore.

Durante il funzionamento a vuoto della macchina la corrente erogata al secondario è nulla; ne consegue che il primario assorbirà una corrente pari alla corrente magnetizzante. Si noti che la corrente magnetizzante è di piccola entità rispetto alle correnti primaria e secondaria di normale utilizzo del trasformatore. Infatti, essendo il nucleo realizzato in materiale ferromagnetico con traferri dovuti a giunti di piccola entità, la riluttanza principale risulta essere molto piccola. Quindi, per sostenere il flusso principale servono poche amperspire ed una corrente percentualmente piccola (pochi percento delle correnti nominali). Dalla (1.13) si può ricavare il flusso principale, ottenendo:

$$\Phi_P = \frac{N_1 \cdot I_m}{\mathfrak{R}} \quad (1.14)$$

Sostituendo la (1.14) nella equazione della forza elettromotrice primaria (1.4) si ottiene, in termini di valori efficaci:

$$\bar{E}_1 = j2\pi f \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} I_m = j\omega L_m I_m \quad (1.15)$$

La (1.15) indica che la corrente magnetizzante, fluendo nella reattanza di magnetizzazione $X_m = \omega L_m$, dà luogo ad una caduta pari ad E_1 .

Sulla base di quanto finora indicato, gli effetti di un nucleo con riluttanza non nulla permettono di definire il seguente circuito equivalente del trasformatore.

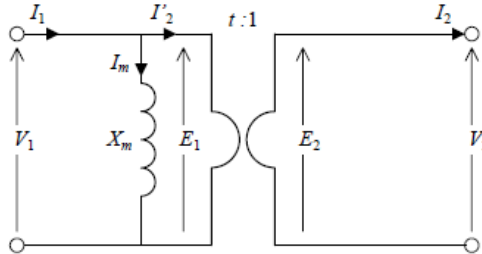


Figura 1.8: Circuito equivalente che tiene conto della corrente di magnetizzazione.

2. Perdite nel ferro¹

Il nucleo del trasformatore, costituito di materiale ferromagnetico, è sede di perdite nel ferro in quanto il flusso magnetico al suo interno è variabile nel tempo. Le perdite nel ferro vengono generalmente suddivisa in due contributi:

- perdite per isteresi;
- perdite per correnti parassite.

In prima approssimazione, si può asserire che le perdite nel ferro dipendono cumulativamente dal flusso principale secondo la seguente relazione:

$$P_{fe} = P_{ist} + P_{cp} \approx V^2 \tag{1.16}$$

Per tenere conto di queste perdite attraverso il circuito equivalente, si usa introdurre una resistenza fittizia di opportuno valore R_{fe} in parallelo all'induttanza di magnetizzazione.

Il valore di questa resistenza è scelto in modo che essa dissipi formalmente la potenza P_{fe} perduta nel nucleo. Pertanto R_{fe} deve soddisfare la relazione seguente:

$$P_{fe} = \frac{E_1^2}{R_{fe}} \tag{1.17}$$

Il circuito equivalente del trasformatore che tiene conto delle perdite nel ferro è riportato nella figura seguente.

In assenza del carico a secondario, il trasformatore assorbe al primario una corrente pari alla somma della corrente magnetizzante e della corrente rappresentativa delle perdite nel ferro. Tale corrente viene denominata corrente a vuoto I_0 . La corrente a vuoto risulta di piccola

¹si veda paragrafo 1.9

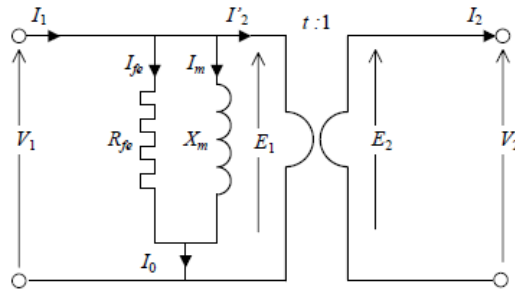


Figura 1.9: Rappresentazione equivalente delle perdite nel ferro.

entità rispetto alle correnti I_1 e I_2 di normale utilizzo della macchina. Ovviamente il trasformatore continua a dissipare le perdite nel ferro sia nel funzionamento a carico che durante quello a vuoto.

3. Flussi dispersi degli avvolgimenti primario e secondario In un trasformatore reale, esistono dei flussi non confinati esclusivamente nel nucleo magnetico. Tali flussi, detti flussi dispersi, evolvono principalmente in aria e si concatenano con una singola bobina.

In termini di circuito equivalente, i flussi dispersi primari e secondari vengono modellizzati tramite una reattanza di dispersione primaria X_{d1} e secondaria X_{d2} .

Allora, si può disegnare il seguente circuito equivalente.

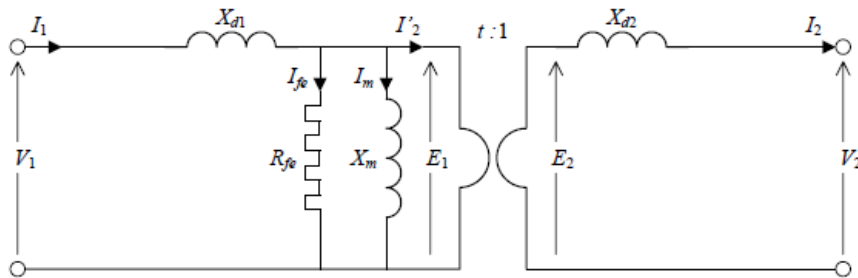


Figura 1.10: Rappresentazione circuitale dei flussi dispersi.

4. Perdite negli avvolgimenti primari e secondari L'ultima condizione di idealità da rimuovere è l'assenza di resistenza ohmica degli avvolgimenti.

Quando si considera la resistenza delle bobine (R_1 ed R_2), le equazioni di tensione alle maglie primarie e secondarie diventano:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = (R_1 + jX_{d1}) \cdot \dot{I}_1 - \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 = (R_2 + jX_{d2}) \cdot \dot{I}_2 + \dot{V}_2 \end{cases} \quad (1.18)$$

La presenza di perdite per effetto Joule negli avvolgimenti viene tenuta in conto inserendo le rispettive resistenze serie nel circuito equivalente.

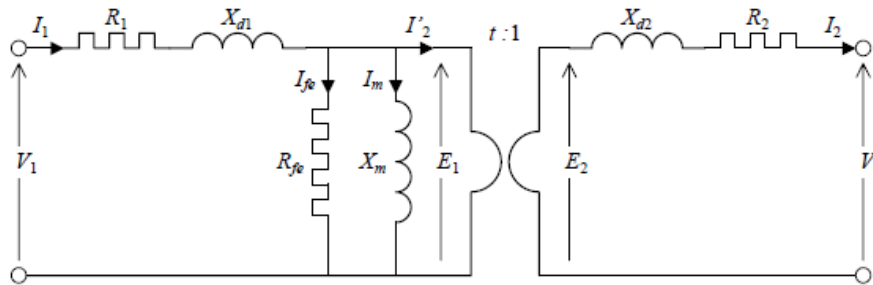


Figura 1.11: Circuito equivalente del trasformatore reale.

Considerando il circuito equivalente che descrive il trasformatore reale, risulta immediato tracciare il diagramma vettoriale che ne descrive il funzionamento a carico.

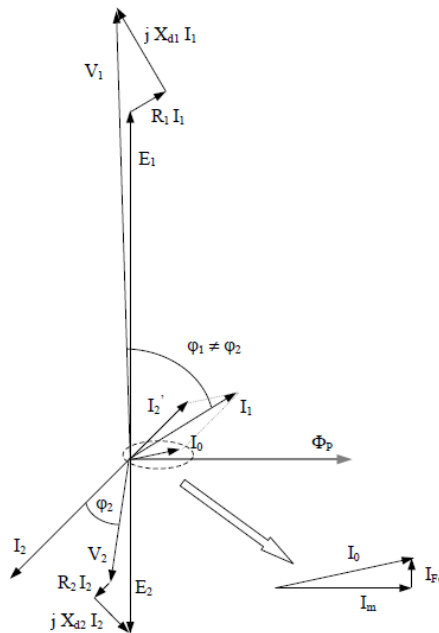


Figura 1.12: Diagramma vettoriale a carico.

1.5 Modifiche del circuito equivalente del trasformatore

Il circuito equivalente ricavato può essere opportunamente semplificato riportando alcuni parametri dal primario al secondario o viceversa. Indicando con $Z_1=R_1+jX_{d1}$, $Z_2=R_2+jX_{d2}$ e con $Z_0=R_{fe}/jX_m$, la prima semplificazione introdotta è lo spostamento dell'impedenza a vuoto Z_0 a monte dell'impedenza Z_1 del primario.

Questo spostamento può essere facilmente giustificato ricordando che:

- l'impedenza Z_0 è molto più grande dell'impedenza Z_1 ;
- il valore della corrente a vuoto I_0 è molto minore della corrente di normale funzionamento a carico I_1 (circa 1-5%).

Circuito equivalente semplificato ridotto al primario

Indicato con $n=\frac{N_1}{N_2}$ il rapporto del numero di spire, è possibile riscrivere l'equazione al secondario nel seguente modo:

$$\dot{E}_2 = (R_2 + jX_{d2}) \cdot (-n\dot{I}_1) + \dot{V}_2 \rightarrow \frac{\dot{E}_1}{n} = (R_2 + jX_{d2}) \cdot (-n\dot{I}_1) + \dot{V}_2 \quad (1.19)$$

da cui

$$\dot{E}_1 = -(R_2 + jX_{d2}) \cdot (-n^2\dot{I}_1) + \dot{V}'_2 \quad (1.20)$$

dove $\dot{V}'_2 = n \cdot \dot{V}_2$ rappresenta la tensione sul secondario riportata al primario. Sost. nell'equazione (i) del sistema (1.18), si ha:

$$\dot{V}_1 = (R_1 + jX_{d1}) \cdot \dot{I}_1 + (R_2 + jX_{d2}) \cdot n^2\dot{I}_1 - \dot{V}'_2 \quad (1.21)$$

Questa equazione descrive il seguente circuito:

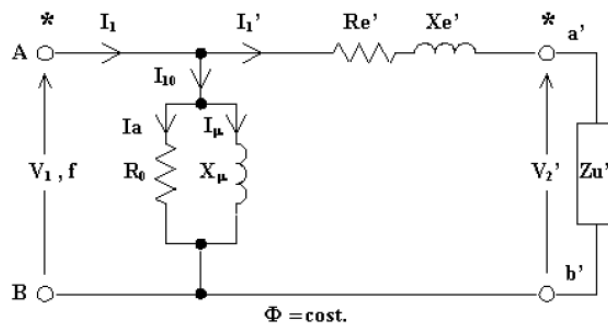


Figura 1.13: Circuito equivalente semplificato ridotto al primario.

dove:

- $R'_e=R_1+R_2n^2$

- $X'_e = X_1 + X_2 n^2$

Circuito equivalente semplificato ridotto al secondario

Ripetendo gli stessi passaggi riferiti all'equazione del primario si ottiene:

$$\dot{V}_1 = (R_1 + jX_{d1}) \cdot \dot{I}_1 - \dot{E}_1 = (R_1 + jX_{d1}) \cdot \frac{-\dot{I}_2}{n} - n\dot{E}_2 \dot{V}''_1 = -(R_1 + jX_{d1}) \frac{\dot{I}_2}{n^2} - \dot{E}_2 \tag{1.22}$$

dove V''_1 rappresenta la tensione primaria riportata al secondario.

Sostituendo nell'equazione riferita al secondario si ha:

$$\dot{V}''_1 = (R_2 + jX_{d2})\dot{I}_2 + (R_1 + jX_{d1})\frac{\dot{I}_2}{n^2} + \dot{V}_2 \tag{1.23}$$

Il circuito equivalente del trasformatore visto dal secondario è il seguente:

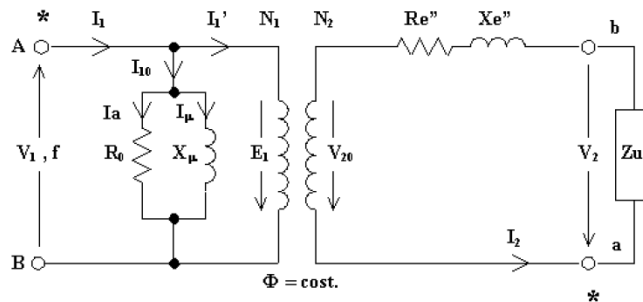


Figura 1.14: Circuito equivalente semplificato ridotto al secondario.

dove:

- $R''_e = \frac{R_1}{n^2} + R_2$
- $X''_e = \frac{X_1}{n^2} + X_2$

1.6 Determinazione dei parametri del circuito equivalente

I parametri del circuito equivalente possono essere determinati tramite opportune prove sperimentali. In ogni caso, i trasformatori devono essere sottoposti a prove che ne garantiscano la conformità ai dati di targa e alle specifiche di ordinazione. Tali prove, eseguite di norma presso le officine del costruttore, devono essere condotte ad una temperatura ambiente compresa tra 10°C e 40°C e per la loro esecuzione deve essere usata strumentazione conforme alle norme 4.11 ISO 9001.

Poiché alcuni risultati di prova sono sensibili alla temperatura, si richiede

spesso che essi siano riportati ad una temperatura convenzionale. Tipicamente, questa temperatura vale 75°C per i trasformatori raffreddati in olio e può invece essere stabilita d'accordo tra cliente e costruttore per trasformatori a secco.

Le prove tipiche cui può essere sottoposto un trasformatore si possono suddividere in:

- prova a vuoto;
- prova in cortocircuito.

Essendo esse oggetto di prove sperimentali eseguite in laboratorio sul trasformatore trifase, saranno trattate nell'opportuna sezione.

1.7 Caduta di tensione del trasformatore da vuoto a carico

Si definisce caduta di tensione del trasformatore, ovvero caduta di tensione industriale del trasformatore, la differenza algebrica tra il modulo della tensione ai morsetti secondari a vuoto e il modulo della tensione ai morsetti secondari quando il trasformatore eroga una corrente di carico.

Ossia:

$$\Delta V = V_{20} - V_2 \tag{1.24}$$

Per il calcolo è opportuno riferirsi al circuito equivalente semplificato del trasformatore di figura ed al corrispondente diagramma vettoriale a carico.

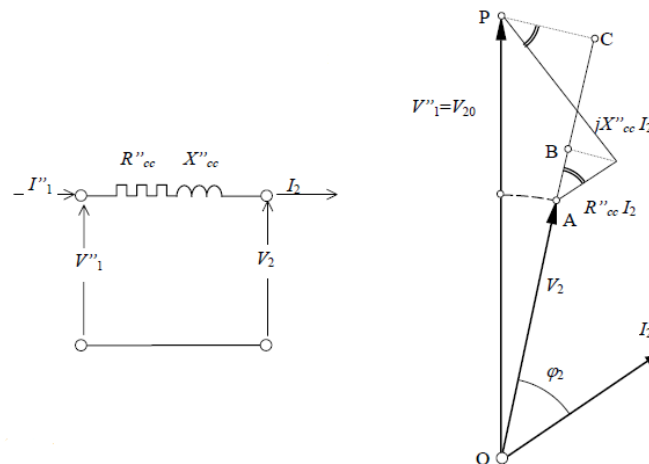


Figura 1.15: Calcolo della caduta di tensione industriale.

Da cui:

$$\overline{AC} = \overline{OP} - \overline{OA} \tag{1.25}$$

Per semplificare il calcolo, si suppone che il segmento \overline{OC} possa essere confuso con la tensione a vuoto V_{20} .

Allora, dalla figura appare evidente che:

$$\Delta V \approx (R''_{cc} \cos \phi_2 + X''_{cc} \sin \phi_2) \cdot I_2 \quad (1.26)$$

1.8 Dati di targa

I trasformatori, come tutte le apparecchiature elettriche, sono caratterizzati attraverso una targa che ne definisce le normali condizioni di funzionamento attraverso la specificazione dei valori normali delle principali grandezze di alimentazione e di carico.

Le principali grandezze che vengono, in genere, fornite sono:

- *la tensione nominale*: per un trasformatore esistono tanti valori nominali di tensione quanti sono gli avvolgimenti di cui è dotato.

La tensione nominale primaria o tensione nominale di alimentazione del trasformatore è una grandezza molto importante per il corretto impiego di questa macchina. Essa, infatti, determina il flusso presente nella struttura magnetica del trasformatore. Alimentare il primario del trasformatore con valori di tensione diversi dal valore nominale significa far funzionare il trasformatore in condizioni magnetiche diverse da quelle previste dal costruttore.

E' noto che, al crescere del flusso in un elettromagnete, la corrente magnetizzante cresce secondo una caratteristica di eccitazione affetta da saturazione. In un trasformatore correttamente progettato la tensione nominale è fissata in modo che il suo circuito magnetico lavori poco sopra il ginocchio della caratteristica: in tal modo si ottiene il compromesso tra il raggiungimento di elevati valori di flusso ed il contenimento della corrente magnetizzante.

- *la potenza nominale*: il trasformatore deve avere una potenza nominale assegnata per ciascun avvolgimento che deve essere riportata sulla targa. Questo è un valore di riferimento per le garanzie e le prove concernenti le perdite a carico ed il riscaldamento.

Le Norme CEI definiscono la potenza nominale (A_N) come il valore convenzionale della potenza apparente assegnata ad un avvolgimento che, con la tensione nominale dell'avvolgimento, ne definisce la sua corrente nominale.

La potenza indicata dalla targa non è, quindi, rappresentata dalla potenza attiva, perchè nel trasformatore non è nota la natura del carico che si trova a valle dello stesso.

- *la corrente nominale*: La corrente nominale si calcola secondo le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} I_N &= \frac{A_N}{V_N} && \text{caso monofase} \\ I_N &= \frac{A_N}{\sqrt{3}V_N} && \text{caso trifase} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Il significato di corrente nominale è, usualmente, collegato con l'effetto Joule che si manifesta in un conduttore percorso da corrente. La corrente nominale di un avvolgimento è quel valore di corrente che in condizioni normali di alimentazione produce un riscaldamento tollerabile, dove il concetto di riscaldamento tollerabile è identificato da una temperatura massima ammissibile per l'avvolgimento (fissata dagli isolanti).

1.9 Perdite nei materiali magnetici

Quando un materiale ferromagnetico viene magnetizzato con un campo alternato (ovvero le correnti di eccitazione sono alternate) si verificano perdite di potenza originate dalla variazione nel tempo del campo magnetico. Queste perdite sono da collegare a due fenomeni distinti:

- l'isteresi magnetica
- la circolazione di correnti parassite.

1.9.1 Perdite per isteresi

Le perdite di potenza dovute all'isteresi magnetica sono associate all'energia dissipata dall'unità di volume del materiale per descrivere un ciclo di isteresi completo. Tale dissipazione di energia è imputabile agli attriti connessi con il movimento delle pareti dei domini ed assume un'espressione del tipo:

$$E_i = k_i \cdot B^\eta \quad (1.28)$$

dove k_i e η dipendono dal tipo di materiale. Tipicamente η varia tra 1.6 e 2.2.

Per ridurre questo tipo di perdite occorre ridurre l'area del ciclo di isteresi del materiale. Questo viene usualmente ottenuto con l'impiego di lamiera di ferro legato al silicio.

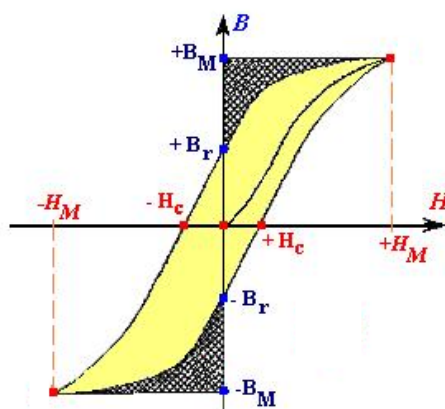


Figura 1.16: Ciclo di isteresi simmetrico.

1.9.2 Perdite per correnti parassite

Quando nel materiale ferromagnetico il flusso è variabile nel tempo, oltre all'isteresi magnetica occorre considerare un altro fenomeno. Infatti nel materiale magnetico si induce, per la legge di Lenz una f.e.m. che tende a contrastare in ogni istante la variazione del flusso. In regime sinusoidale, questa f.e.m. assume un valore proporzionale alla pulsazione ω e all'ampiezza dell'oscillazione del flusso, ovvero dell'induzione B presente nel ferro.

Poiché il ferro è anche un materiale conduttore, la f.e.m. prodotta dà origine a correnti di circolazione, che risultano limitate dalla resistenza ohmica offerta dal materiale. La potenza specifica perduta per effetto Joule in questo fenomeno è esprimibile in linea di massima nel seguente modo:

$$P_{cp} = \frac{E^2}{R_{eq}} \propto \frac{\omega^2 B^2}{R_{eq}} \quad (1.29)$$

dove R_{eq} rappresenta la resistenza equivalente del nucleo al passaggio delle correnti indotte.

Allo scopo di limitare questo tipo di perdite si può intervenire in due modi sul materiale:

- aumento della resistività del materiale;
- laminazione del nucleo parallelamente alla direzione del campo magnetico, in modo da offrire piccole sezioni al passaggio delle correnti parassite con conseguente incremento della resistenza equivalente.

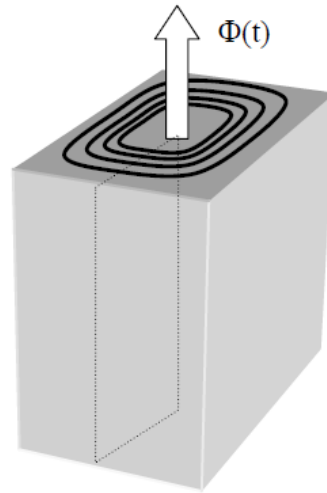


Figura 1.17: Andamento delle correnti parassite (linee nere) all'interno di un materiale ferromagnetico massiccio.

1.9.3 Cifra di perdita di una lamiera magnetica

Le perdite complessive di potenza che si producono in un chilogrammo di materiale magnetico in conseguenza della magnetizzazione alternativa possono essere espresse attraverso una relazione del seguente tipo:

$$P_{fe} = k_i \cdot B^\eta \cdot f + k_{cp} \cdot B^2 \cdot f^2 \quad (1.30)$$

dove f è la frequenza della corrente di eccitazione che crea il campo e B è l'ampiezza dell'oscillazione dell'induzione (valore massimo).

Si definisce cifra di perdita di una lamiera magnetica la potenza perduta in un chilogrammo di materiale sottoposto a magnetizzazione sinusoidale di ampiezza $B_{\max} = 1$ T, alla frequenza di 50 Hz.

Capitolo 2

Il trasformatore trifase

Poiché l'energia elettrica è prodotta, trasportata e distribuita con sistemi trifasi caratterizzati ognuno da un diverso livello di tensione, nasce l'esigenza di interconnetterli tramite trasformatori trifasi.

2.1 Struttura

Il trasferimento di energia elettrica tra due reti trifasi a tensione diversa può essere eseguita impiegando tre trasformatori monofasi identici e connettendo opportunamente i primari ed i secondari al fine di realizzare un sistema trifase. L'utilizzo di tre unità monofasi comporta dei vantaggi in termini di continuità di servizio e di maggiore facilità di trasporto nel caso di potenze molto elevate. Esiste però lo svantaggio di usare una grande quantità di materiale per la realizzazione del circuito magnetico.

In realtà, nel caso di trasformatori trifase, è possibile realizzare un unico nucleo magnetico capace di alloggiare sulle sue colonne sia il sistema trifase primario sia quello secondario.

Sono possibili diverse soluzioni:

- Nucleo a tre colonne. Si immagini di collegare a stella i tre nuclei monofasi indicati in precedenza (figura a) seguente). La somma dei tre flussi nella colonna centrale, nel caso comune di un sistema di alimentazione trifase simmetrico, è nulla. Ne consegue che tale colonna può essere eliminata (figura b). Successivamente la struttura si può poi semplificare, a scapito della perfetta simmetria magnetica, eliminando i gioghi di una colonna e rendendo il nucleo complanare (figura c).

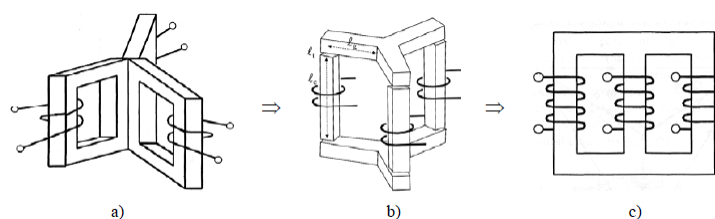


Figura 2.1: Sintesi del nucleo trifase a tre colonne a partire da tre nuclei monofasi.

- Nucleo a cinque colonne. Se si immagina, invece, di collegare a triangolo i tre nuclei monofase (figura seguente), essendo il flusso nei gioghi pari a $1/\sqrt{3}$ di quello nelle colonne, si può ridurre la sezione e quindi l'altezza dei gioghi. Se si taglia uno dei tre gioghi ed, una volta disposta la struttura su di un piano, si richiude ai due estremi il giogo tagliato, si ottiene un nucleo planare a cinque colonne (figura b). Ovviamente, rispetto alla struttura di partenza, si deve mettere in conto una modesta perdita di simmetria del circuito magnetico. Il nucleo a cinque colonne, rispetto a quello a tre colonne, presenta una minore altezza dei gioghi. Ciò comporta, nel caso di trasformatori di grossa potenza, un vantaggio dal punto di vista del trasporto. Nella costruzione a 5 colonne solo le colonne centrali sono destinate alle bobine; quelle laterali servono come vie di richiusura per il flusso.

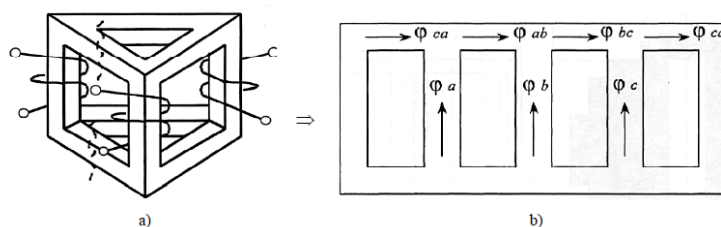


Figura 2.2: Sintesi del nucleo trifase a cinque colonne a partire da tre nuclei monofasi.

2.2 Collegamenti del trasformatore trifase e rapporto di trasformazione

La struttura trifase degli avvolgimenti primari e secondari del trasformatore consente diversi modi di connessione degli stessi alla rete di alimentazione ed al carico. Le due forme di connessione usate più frequentemente sono quelle denominate rispettivamente stella (simbolo Y per il primario e y per il secondario) e triangolo (simbolo D o d).

Queste possibilità di connessione portano ad alcune differenziazioni tipiche rispetto ai trasformatori monofase.

Connessione a stella

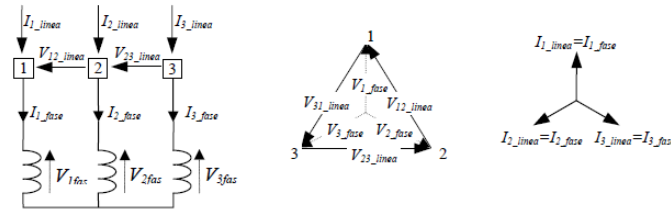


Figura 2.3: Connessione a stella: relazioni tra grandezze di linea e di fase.

Nel caso di alimentazione e carico simmetrici, valgono le seguenti relazioni:

$$V_{fase} = \frac{V_{linea}}{\sqrt{3}} \quad I_{fase} = I_{linea} \quad (2.1)$$

Connessione a triangolo

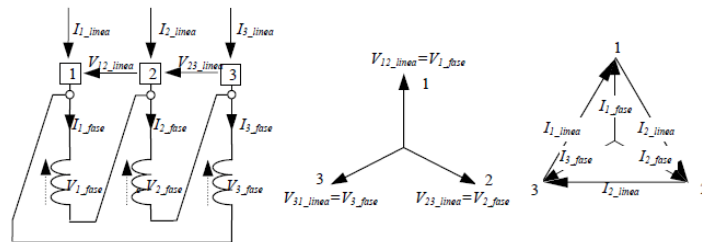


Figura 2.4: Connessione a triangolo: relazioni tra grandezze di linea e di fase.

Nel caso di alimentazione e carico simmetrici, valgono le seguenti relazioni:

$$V_{fase} = V_{linea} \quad I_{fase} = \frac{I_{linea}}{\sqrt{3}} \quad (2.2)$$

A livello costruttivo, la connessione a stella è, in generale, preferibile rispetto alla connessione a triangolo, specie negli avvolgimenti per alta tensione.

Nel collegamento a stella, a parità di tensione concatenata, la tensione che si localizza sulla bobina è $\sqrt{3}$ volte inferiore a quella che si localizza sulla bobina del triangolo. Questo consente di ridurre l'isolamento e di sfruttare meglio lo spazio a disposizione per l'avvolgimento.

La connessione a triangolo viene preferita alla connessione a stella quando il trasformatore lavora in condizioni squilibrate ed origina un flusso omopolare.

È importante osservare che, quando il collegamento primario è dello stesso tipo del secondario (trasformatori Yy e trasformatori Dd), il rapporto di trasformazione corrisponde al rapporto delle spire tra la bobina primaria (N_1) e la bobina secondaria (N_2).

Nel caso in cui il collegamento primario è diverso da quello secondario (trasformatori Yd e trasformatori Dy), il rapporto di trasformazione di un trasformatore non corrisponde al rapporto delle spire tra la bobina primaria e la bobina secondaria.

particolare, per i trasformatori del tipo Yd, il rapporto di trasformazione vale:

$$\tau = \frac{V_{1N}}{V_{20}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{1Nfase}}{V_{20fase}} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot n \quad (2.3)$$

Invece, per i trasformatori del tipo Dy esso vale:

$$\tau = \frac{V_{1N}}{V_{20}} = \frac{V_{1Nfase}}{\sqrt{3} \cdot V_{20fase}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot n \quad (2.4)$$

2.3 Gruppo di appartenenza di un trasformatore trifase

Le diverse possibilità di connessione degli avvolgimenti di un trasformatore trifase possono dare origine ad uno sfasamento tra la terna delle tensioni primarie e la terna delle corrispondenti tensioni secondarie.

Si definisce, allora, il gruppo di un trasformatore trifase, come la sigla letterale che identifica il tipo di connessione degli avvolgimenti primari e secondari e l'indice numerico che identifica il multiplo di 30° di cui la terna delle tensioni secondarie ritarda (cioè è ruotata in verso orario) rispetto alla terna corrispondente delle tensioni primarie.

Cambiando il tipo di collegamento e la numerazione dei morsetti corrispondenti primari e secondari è possibile realizzare dodici diversi valori dell'angolo di rotazione della terna di tensioni secondarie, rispetto alla terna primaria. I dodici valori dell'angolo di rotazione sono multipli di 30° e vanno da 0 a 330° . A titolo di esempio, nella figura seguente è rappresentato il caso di un trasformatore con collegamento primario a triangolo e secondario a stella.

Dall'analisi si osserva che, mentre la terna delle tensioni di fase primarie E' e secondarie E'' sono in fase tra loro, la terna delle tensioni concatenate secondarie, a causa delle diverse connessioni, è ruotata di un angolo pari a 330° in verso orario rispetto alla terna primaria. In altre parole, la terna di tensioni concatenate secondarie ritarda di 330° elettrici rispetto alla corrispondente terna primaria.

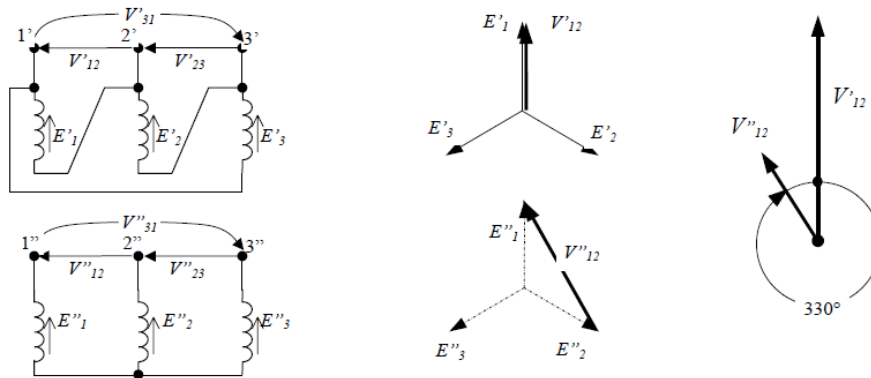


Figura 2.5: Connessione Dy11.

In tal caso, si dice che il trasformatore appartiene all'undicesimo gruppo.

2.4 Parallelo di trasformatori

Due o più trasformatori funzionano in parallelo quando sono alimentati dalla stessa rete primaria ed erogano potenza sullo stesso carico.

Nell'utilizzo dell'energia elettrica può spesso accadere che si debbano disporre in parallelo più trasformatori per alimentare l'utenza elettrica. Questa esigenza può avere diverse origini:

- necessità di affiancare ad un trasformatore esistente un secondo trasformatore per sopperire alle aumentate richieste di potenza da parte dell'utenza;
- necessità di frazionare la richiesta di potenza del carico attraverso più trasformatori, in modo da garantire una continuità di servizio anche in caso di guasto di una macchina;
- opportunità di migliorare il rendimento della trasformazione adeguando di volta in volta al carico richiesto il numero di trasformatori in servizio.

A fronte dei vantaggi citati vanno tuttavia enumerati anche alcuni svantaggi, che derivano da questo tipo di scelta:

- l'impiego di una sola macchina di potenza corrispondente alla potenza complessivamente richiesta dall'utenza, è più economico, in termini di acquisto, rispetto all'impiego di più macchine di potenza inferiore;
- l'impiego di più trasformatori in parallelo comporta una riduzione dell'impedenza di cortocircuito complessiva, con aumento conseguente delle correnti di guasto in caso di cortocircuito al secondario e maggior costo delle relative protezioni.

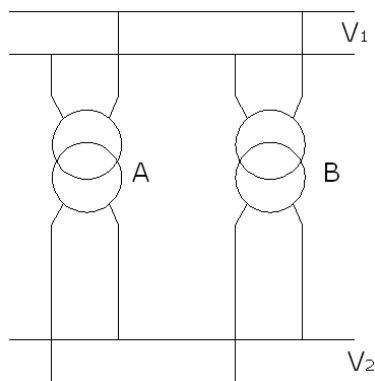


Figura 2.6: Trasformatori in parallelo.

Perché due o più trasformatori possano funzionare correttamente in parallelo, occorre che siano rispettate alcune condizioni.

Per comodità di studio l'analisi è eseguita in due passi successivi:

1. funzionamento in parallelo a vuoto;
2. funzionamento in parallelo a carico.

Funzionamento in parallelo a vuoto

I trasformatori in parallelo funzionano a vuoto quando nessun carico viene richiesto alle sbarre secondarie.

Nel funzionamento a vuoto non deve essere presente corrente di circolazione tra i secondari dei trasformatori. Ovviamente, in queste condizioni, una corrente di circolazione tra i diversi trasformatori provoca un'inutile dissipazione di energia. Qualora non fosse possibile l'esatto annullamento della corrente di circolazione, quest'ultima deve essere piccola (dell'ordine delle correnti a vuoto delle macchine).

Per rispettare la condizione di corretto funzionamento a vuoto si devono soddisfare i seguenti requisiti:

- poiché i trasformatori devono essere alimentati dalla stessa rete primaria, occorre che abbiano lo stesso valore di tensione nominale primaria;
- poiché, a vuoto, non deve circolare corrente nel secondario dei trasformatori, è necessario che le tensioni secondarie a vuoto siano uguali in modulo e fase.

Detti $\tau_A = \frac{N_{1A}}{N_{2A}}$ e $\tau_B = \frac{N_{1B}}{N_{2B}}$ i rapporti di trasformazione dei due trasformatori, si ha che:

$$\begin{aligned} E_{2A} &= \frac{V_1}{\tau_A} \\ E_{2B} &= \frac{V_1}{\tau_B} \end{aligned} \tag{2.5}$$

con v_1 tensione lato primario.

La seconda condizione implica allora che i trasformatori devono avere la stessa tensione nominale secondaria, $E_{2A}=E_{2B}$, cioè lo stesso rapporto di trasformazione, $\tau_A = \tau_B$.

Inoltre i trasformatori devono essere collegati in modo da presentare le tensioni secondarie in fase (collegamento dei morsetti corrispondenti). Questo implica, per i trasformatori trifasi, l'appartenenza allo stesso gruppo.

Funzionamento in parallelo a carico (condizioni di ottimo parallelo)

Il parallelo dei trasformatori funziona a carico quando alle sbarre secondarie

viene prelevata una corrente I_c . Per analizzare i requisiti di ottimo parallelo da richiedere ai trasformatori A e B, conviene considerare il loro circuito equivalente monofase a carico e semplificarlo, pensando al circuito equivalente di Thevenin visto dall'impedenza di carico.

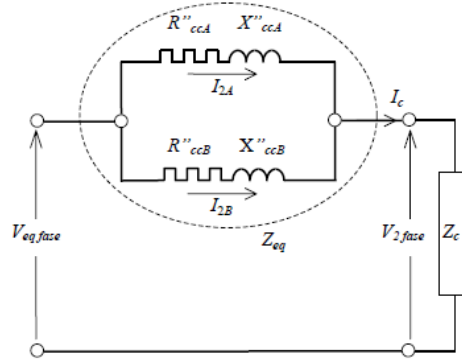


Figura 2.7: Circuito equivalente di Thevenin ai capi dell'impedenza di carico.

dove:

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}''_{ccA} // \bar{Z}''_{ccB} \dot{V}_{eq} = \dot{V}_{20A} - \bar{Z}''_{ccA} \cdot \frac{\dot{V}_{20A} - \dot{V}_{20B}}{\bar{Z}''_{ccA} - \bar{Z}''_{ccB}} \quad (2.6)$$

Dal circuito appare evidente che in assenza di corrente di circolazione a vuoto nei secondari (cioè quando $V_{20A} = V_{20B}$, si ha che $\dot{V}_{eq} = \dot{V}_{20A} = \dot{V}_{20B}$. La corrente I_c del carico si ripartisce nelle quote I_{2A} e I_{2B} nei due trasformatori. Queste quote possono facilmente essere calcolate a partire dalle impedenze di cortocircuito dei trasformatori:

$$\bar{Z}''_{ccA} \cdot \dot{I}_{2A} = \bar{Z}''_{ccB} \cdot \dot{I}_{2B} \rightarrow \frac{\dot{I}_{2A}}{\dot{I}_{2B}} = \frac{\bar{Z}''_{ccB}}{\bar{Z}''_{ccA}} \quad (2.7)$$

Tale espressione è da ritenersi valida vettorialmente, pertanto le due correnti I_{2A} ed I_{2B} risultano in fase se le due impedenze di cortocircuito Z_{ccA} e Z_{ccB} hanno lo stesso argomento.

Quindi la prima condizione di ottimo parallelo è che ciascun trasformatore deve erogare la propria quota di corrente in fase con quella erogata dalle altre macchine ed in fase con la corrente di carico I_c . Se questo accade, i trasformatori erogano ciascuno la minima corrente possibile a parità di corrente di carico.

Da quanto esposto tale condizione è verificata se $\phi_{ccA} = \phi_{ccB}$.

L'ultima condizione da verificare è che, nel funzionamento a carico, ciascun trasformatore deve erogare una quota della corrente di carico proporzionale alla propria corrente nominale secondaria. In questo modo si evita il rischio

che qualche trasformatore possa essere sovraccaricato rispetto agli altri con conseguente surriscaldamento dei suoi avvolgimenti.

Per rispettare questa imposizione, i moduli delle due correnti I_{2A} ed I_{2B} devono essere nello stesso rapporto delle rispettive correnti nominali dei due trasformatori:

$$\frac{I_{2A}}{I_{2B}} = \frac{I_{2NA}}{I_{2NB}} \quad (2.8)$$

Dalla (2.3) e dalla (2.4) discende, pertanto, la seguente relazione:

$$I_{2NA} \cdot Z''_{ccA} = I_{2NB} \cdot Z''_{ccB} \quad (2.9)$$

Ricordando la definizione di tensione di cortocircuito di un trasformatore, si può affermare che tale condizione è verificata se i due trasformatori hanno la stessa tensione di cortocircuito ($V_{ccA} = V_{ccB}$) sia in termini assoluti che percentuali in quanto i due trasformatori hanno la stessa tensione nominale.

2.5 Prove sperimentali sul trasformatore trifase

Essendo queste prove oggetto di esercitazioni in laboratorio, vengono analizzate nel caso di trasformatore trifase.¹

2.5.1 Prova a vuoto

Lo scopo di questa prova è quello di valutare le perdite e la corrente assorbita al primario nel funzionamento a vuoto. Questa prova permette di determinare la resistenza equivalente delle perdite nel ferro (R_{fe}) e la reattanza di magnetizzazione (X_m) che costituiscono l'impedenza a vuoto Z_0 ($Z_0=R_{fe}/jX_m$).

La prova a vuoto viene effettuata alimentando un avvolgimento della macchina alla sua tensione nominale e lasciando aperti i morsetti dell'altro avvolgimento. E' praticamente indifferente, ai fini dei risultati, alimentare il trasformatore dall'avvolgimento primario o da quello secondario: l'avvolgimento che si assume come primario può essere scelto in relazione alle caratteristiche della sorgente di alimentazione disponibile presso il laboratorio di prova.

Lo schema del circuito per la prova a vuoto è illustrato nella figura sottostante:

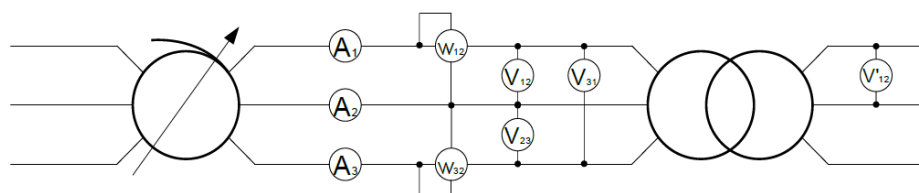


Figura 2.8: Schema di misura per la prova a vuoto sul trasformatore trifase

Il trasformatore in prova è alimentato da una rete alternata sinusoidale a tensione fissa attraverso un regolatore di tensione (VARIAC). Questo regolatore consiste, tipicamente, in un autotrasformatore a rapporto di trasformazione variabile con continuità. La possibilità di regolazione introdotta si rende necessaria per adeguare con precisione la tensione con cui si alimenta il primario al valore nominale relativo all'avvolgimento trasformatore in prova.

Le norme consigliano di eseguire le misure per diversi valori di tensione di alimentazione attorno al valore nominale in modo da ridurre eventuali errori accidentali e ottenere una determinazione più precisa della condizione nominale.

La sezione di misura lato alimentazione consiste di un amperometro per ogni fase ($A_1;A_2;A_3$), tre voltmetri ($V_{12};V_{23};V_{31}$) e di due wattmetri in inserzione

¹come indicato nel paragrafo 1.6

Aron ($W_{12}; W_{32}$).

Sul secondario si pone un voltmetro digitale.

Attraverso questi strumenti si rilevano i valori della potenza attiva, di quella reattiva, delle correnti di linea sul lato che viene alimentato e delle tensioni su entrambi i lati del trasformatore.

Durante il funzionamento a vuoto la presenza dell'impedenza $Z_1 = R_1 + jX_{d1}$ è del tutto trascurabile. Infatti, la corrente a vuoto è generalmente piccola (2-3% delle correnti nominali) e l'impedenza Z_1 dà luogo ad una caduta di tensione di poche unità percentuali della tensione nominale quando è percorsa da correnti dell'ordine della corrente nominale. Ne consegue che durante la prova, le cadute sull'impedenza Z_1 sono dell'ordine di poche unità per mille della tensione nominale.

Per l'elaborazione della prova si può quindi far riferimento al seguente circuito equivalente semplificato.

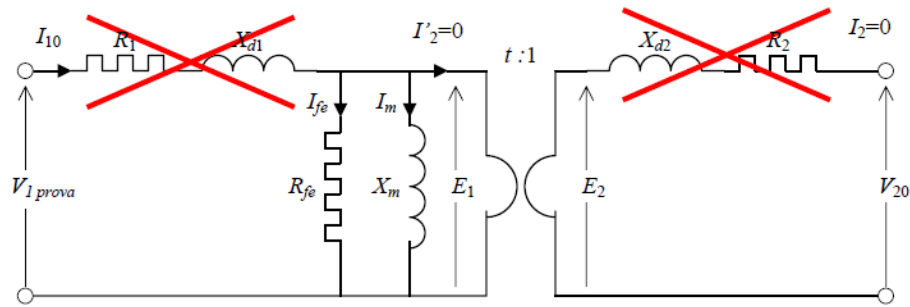


Figura 2.9: Circuito equivalente del trasformatore per descrivere il funzionamento a vuoto

Dai wattmetri in inserzione Aron si ottiene la misura della potenza attiva P_0 e della potenza reattiva Q_0 .

$$\begin{cases} P_0 \approx P_{fe} = W_{12} + W_{32} \\ Q_0 = \sqrt{3} (W_{32} - W_{12}) \end{cases} \quad (2.10)$$

Si assume come corrente di fase il valore medio delle tre letture:

$$I_0 = \frac{(I_1 + I_2 + I_3)}{3} \quad (2.11)$$

Essendo:

$$P_0 = \sqrt{3} V_n I_0 \cos \varphi_0 \quad (2.12)$$

si ha che:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n I_0} \quad (2.13)$$

$$|\bar{Z}_0| = \frac{V_n}{\sqrt{3} I_0} \quad (2.14)$$

$$R_{fe} = \frac{|\bar{Z}_0|}{\cos \varphi_0} \quad (2.15)$$

$$X_m = \frac{|\bar{Z}_0|}{\sin \varphi_0} \quad (2.16)$$

I risultati di prova sono generalmente espressi in valore percentuale (rispetto alle grandezze di targa) per svincolare il calcolo dei parametri dal lato utilizzato durante la prova. Tali valori percentuali valutati nel seguente modo:

$$I_0\% = \frac{I_{0lato\ prova}}{I_{Nlato\ prova}} \cdot 100 \quad (2.17)$$

$$P_0\% = \frac{P_0}{A_N} \cdot 100 \quad (2.18)$$

Rilievo della relazione non lineare tra tensione e corrente

Nel funzionamento a vuoto valgono le seguenti relazioni:

$$V_1 \approx E_1 = 4.44fN_1\phi_M \quad (2.19)$$

$$\dot{I}_m = \frac{\Re \dot{\phi}}{N_1} \quad (2.20)$$

Dalla relazione (2.19) si ha che il flusso è imposto dalla tensione e quindi se questa è sinusoidale lo è anche il flusso.

Il materiale magnetico costituente il nucleo è condotto, così, a descrivere un ciclo di isteresi simmetrico ad ogni periodo della tensione applicata.

Astraendo dalle perdite, si può immaginare di ridurre a zero l'area racchiusa dal ciclo, riducendo il ciclo stesso sulla linea media come indicato in fig. 2.10a). Risulta, inoltre, che se il flusso è obbligato a variare nel tempo seguendo la curva $\phi = \phi_M \sin(\omega t)$ della fig. 2.10b), la corrente magnetizzante necessaria a produrlo è impegnata a variare seguendo la curva $i_m = f(t)$; si tratta di una curva che è ancora in fase con il flusso ma che è fortemente appuntita in sommità e depressa ai fianchi.

Essa comprende sostanzialmente un'onda fondamentale e una terza armonica, sovrapposte tra di loro come è indicato in fig. 2.10c). La corrente così definita in base alla linea media del ciclo costituisce la *corrente magnetizzante del trasformatore*, ossia la corrente che si richiede a produrre nel nucleo il flusso alternato, astruendo da tutte le perdite.

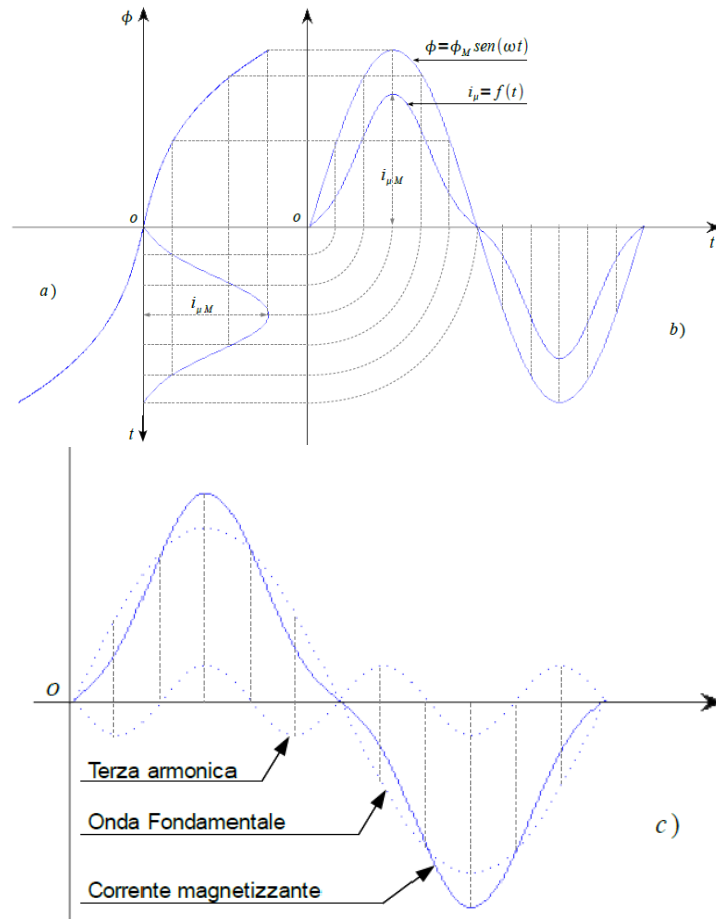


Figura 2.10: Forma della corrente magnetizzante

2.5.2 Prova in cortocircuito

Questa prova serve a determinare le perdite dovute al carico ed il valore della tensione di cortocircuito. La misura può essere condotta a temperatura ambiente, ma i risultati devono essere riportati alla temperatura convenzionale prevista per la macchina.

Per eseguire la prova si pongono direttamente in cortocircuito i terminali di linea di uno dei due avvolgimenti e si alimenta l'altro alla frequenza nomi-

nale e misurando, contemporaneamente, le correnti, la potenza assorbita e le tensioni applicate. La tensione di prova deve essere tale da far circolare la corrente nominale (I_n) nei due avvolgimenti. Tuttavia, in caso di difficoltà, possono essere condotte prove a valori ridotti di corrente. In questo caso i risultati devono essere riportati al valore di corrente di riferimento. Lo schema di prova è del tutto analogo a quello visto per la prova a vuoto, salvo per il fatto che i morsetti dell'avvolgimento non alimentato sono cortocircuitati. In questo caso si rilevano i valori della potenza attiva, di quella reattiva, delle tensioni concatenate sul lato che viene alimentato e le correnti di linea su entrambi i lati del trasformatore.

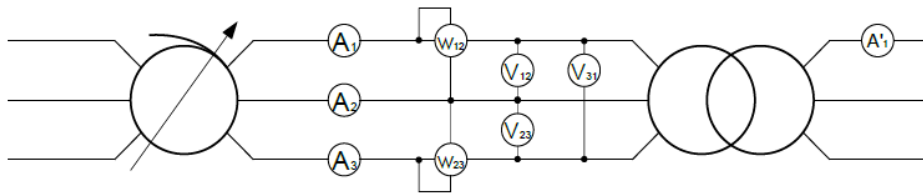


Figura 2.11: Schema di misura per la prova in cortocircuito sul trasformatore trifase

Ovviamente la tensione da applicare all'avvolgimento alimentato, perché in esso circoli la corrente nominale, risulta essere una frazione modesta (3-10%) della tensione nominale dell'avvolgimento e, come conseguenza, il flusso principale si riduce nella stessa misura e le perdite nel ferro (che variano quadraticamente con il flusso e con la tensione di alimentazione) si riducono in misura maggiore (poche unità per diecimila). Tale osservazione giustifica il fatto di trascurare, nell'elaborazione della prova, l'impedenza a vuoto Z_0 . Si può ritenere che la potenza assorbita e letta sui wattmetri rappresenti, in pratica, esclusivamente le perdite per effetto Joule nei conduttori delle bobine primaria e secondaria.

In figura è riportato il circuito equivalente monofase semplificato valido per la prova in cortocircuito.

La prova in cortocircuito permette di determinare la R_{cc} e la X_{cc} .

Dai wattmetri in inserzione Aron si ottiene la misura della potenza attiva P_{cc} e della potenza reattiva Q_{cc} .

$$\begin{cases} P_{cc} \approx P_J = W_{12} + W_{32} \\ Q_{cc} = \sqrt{3} (W_{32} - W_{12}) \end{cases} \quad (2.21)$$

Essendo:

$$P_{cc} = \sqrt{3} V_{cc} I_n \cos \varphi_{cc} \quad (2.22)$$

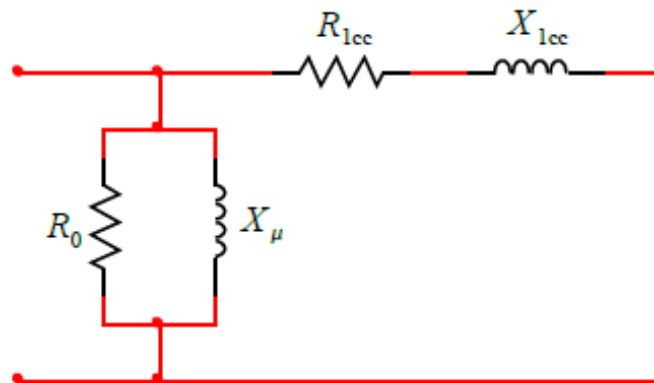


Figura 2.12: Circuito equivalente del trasformatore in cortocircuito riportato al primario

si ha che:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} V_{cc} I_n} \quad (2.23)$$

$$|\bar{Z}_{cc}| = \frac{V_{cc}}{\sqrt{3} I_n} \quad (2.24)$$

$$R_{cc} = |\bar{Z}_{cc}| \cos \varphi_0 \quad (2.25)$$

$$X_{cc} = |\bar{Z}_{cc}| \sin \varphi_0 \quad (2.26)$$

Usualmente i due valori forniti vengono indicati da un unico valore in termini percentuali; a questo scopo si definisce tensione di cortocircuito percentuale del trasformatore il rapporto, espresso in centesimi, tra la tensione di cortocircuito e la tensione nominale dell'avvolgimento di riferimento:

$$v_{cc}\% = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{V_{2cc}}{V_{20}} \cdot 100 \quad (2.27)$$

Inoltre si definisce:

$$P_{cc}\% = \frac{P_{cc}}{A_N} \cdot 100 \quad (2.28)$$

2.6 Curva del rendimento al variare del f.d.p. del carico

Ipotizzando di alimentare il primario alla tensione nominale e note le P_{fe} (misurate dalla prova a vuoto) è possibile determinare la curva del rendimento al variare della corrente assorbita I_2 e del $\cos \varphi$ del carico.

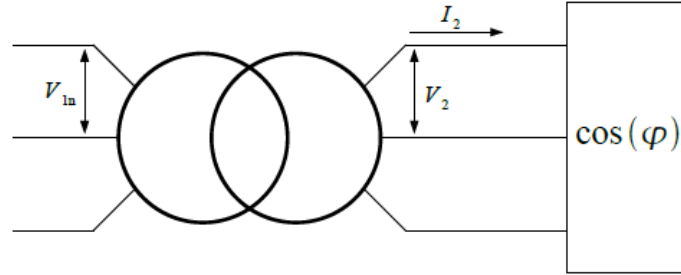


Figura 2.13: Trasformatore in funzionamento a carico

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + P_{fe} + P_J} = \frac{\sqrt{3} V_2 I_2 \cos \varphi}{\sqrt{3} V_2 I_2 \cos \varphi + P_{fe} + 3 R_{2cc} I_2^2} \quad (2.29)$$

Derivando rispetto a I_2 e ponendo il numeratore uguale a zero, il rendimento risulta essere massimo quando:

$$P_{fe} + 3 \cdot I_2^2 R_{2cc} - 6 \cdot I_2^2 R_{2cc} = 0 \Rightarrow P_{fe} = 3 \cdot I_2^2 R_{2cc} \quad (2.30)$$

ossia quando:

$$P_{fe} = P_J \quad (2.31)$$

Per semplificare la ricerca del fattore di carico che massimizza il rendimento per un certo valore del fattore di potenza del carico applicato ($\cos \varphi$), conviene introdurre il concetto di rendimento convenzionale. Nelle normali condizioni di impiego del trasformatore si può ragionevolmente trascurare la caduta di tensione sull'impedenze di cortocircuito secondaria; ovvero si può ritenere che la tensione V_2 ai morsetti secondari sia costante al variare della corrente di carico e pari al valore della tensione secondaria a vuoto ($V_2 \approx V_{20}$). Inoltre, è generalmente verificato che la tensione di alimentazione del trasformatore è pari alla tensione nominale primaria della macchina: ciò implica che le perdite nel ferro sono uguali alle perdite a vuoto (specificate nei dati di targa).

Indicando con $\alpha = I_2/I_{2n}$ il fattore di carico del trasformatore, il rendimento

convenzionale si può quindi scrivere nel seguente modo:

$$\eta_{conv} = \frac{V_{20} I_2 \cos \varphi}{V_{20} I_2 \cos \varphi + P_{fe} + 3 R_{2cc} I_2^2} = \frac{\alpha \cdot V_{20} I_{2n} \cos \varphi}{\alpha \cdot V_{20} I_{2n} \cos \varphi + P_0 + \alpha^2 P_{cc}} \quad (2.32)$$

Di conseguenza si ha che:

$$\eta_{conv} = \frac{\alpha \cdot A_n \cos \varphi}{\alpha \cdot A_n \cos \varphi + P_0 + \alpha^2 P_{cc}} \quad (2.33)$$

In funzione del fatto che i trasformatori industriali funzionano prevalentemente verso i 3/4 di carico, si vede dalla (2.33), fissato il valore di $\alpha (=I_2/I_{2n} = 3/4 = 0.75)$, come varia il rendimento per diversi valori del fattore di potenza.

Nella seguente figura è riportata la curva del rendimento in funzione della corrente sul secondario.

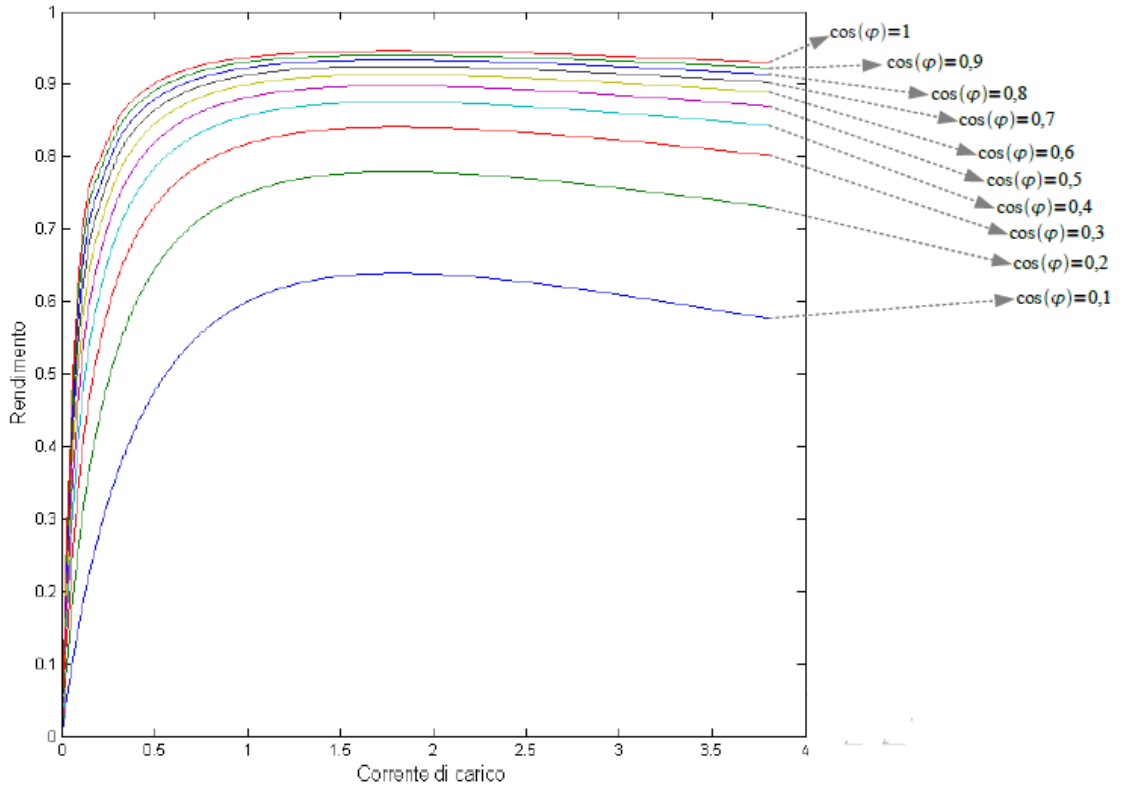


Figura 2.14: Curva del rendimento in funzione della corrente di carico al variare del $\cos \varphi$

Come si evince dal grafico le curve sono tanto più alte quanto più grande è il $\cos \varphi$; la curva più alta è quella relativa a $\cos \varphi=1$ (funzionamento su carico

ohmico).

Per un dato valore del f.d.p., invece, supposta costante la tensione, il rendimento varia al variare della corrente erogata.

Su ciascuna curva, a partire dal funzionamento a vuoto, il rendimento cresce prima rapidamente al crescere del carico e poi sempre più lentamente fino a raggiungere un determinato valore massimo dopo il quale diminuisce lentamente.