Regole di derivazione

Regole	Derivazione
Regola della somma (linearità)	$D[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha f'(x) + \beta g'(x)$[1] $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
Regola del prodotto (o *di Leibniz*)	$D[f(x)g(x)] = D[f(x)] \cdot g(x) + f(x) \cdot D[g(x)]$
Regola del quoziente	$D\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
Regola della funzione reciproca	$D\frac{1}{f(x)} = -\frac{f'(x)}{f(x)^2}$
Regola della funzione inversa	$D\left(f^{-1}(x)\right) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
Regola della catena	$D\left[f\left(g(x)\right)\right] = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)$

1. ^ $D[f(x)]$ e $f'(x)$ sono notazioni che indicano il medesimo significato di derivata

Derivate fondamentali

Ognuna di queste funzioni, se non altrimenti scritto, è derivabile in tutto il suo dominio.

Funzioni polinomiali

- $D(a) = 0$
- $D(ax) = a$
- $D(x^2) = 2x$
- $D(x^n) = nx^{n-1}$

Altre funzioni algebriche

- $D(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ se $x > 0$

- $D(x^\alpha) = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$
- $D(|x|) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \\ \text{non derivabile} & \text{se } x = 0 \end{cases}$

Funzioni esponenziali e logaritmiche

- $D(e^x) = e^x$
- $D(a^x) = a^x \ln a$
- $D(\ln x) = \frac{1}{x}$
- $D(\log_b x) = \frac{1}{x \ln b} = \frac{\log_b e}{x}$

Funzioni trigonometriche

- $D(\sin x) = \cos x$
- $D(\cos x) = -\sin x$
- $D(\tan x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $D(\cot x) = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- $D(\sec x) = \tan x \sec x$
- $D(\csc x) = -\cot x \csc x$
- $D(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $D(\arccos x) = \frac{1}{-\sqrt{1-x^2}}$
- $D(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$
- $D(\operatorname{arccot} x) = \frac{-1}{1+x^2}$
- $D(\operatorname{arcsec} x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$
- $D(\operatorname{arccsc} x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$

Funzioni iperboliche

- $D(\sinh x) = \cosh x$
- $D(\cosh x) = \sinh x$

- $D(\tanh x) = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$
- $D(\coth x) = -\operatorname{csch}^2 x$
- $D(\operatorname{sech} x) = -\tanh x \operatorname{sech} x$
- $D(\operatorname{csch} x) = -\coth x \operatorname{csch} x$
- $D(\operatorname{arcsinh} x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
- $D(\operatorname{arccosh} x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x^2-1}}$
- $D(\operatorname{arctanh} x) = \dfrac{1}{1-x^2}$
- $D(\operatorname{arccoth} x) = \dfrac{-1}{1-x^2}$
- $D(\operatorname{arcsech} x) = \dfrac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$
- $D(\operatorname{arccsch} x) = \dfrac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$

Derivate di funzioni composte

- $D([f(x)]^n) = nf(x)^{n-1}f'(x)$
- $D(\sqrt[n]{f(x)}) = \dfrac{f'(x)}{n\sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$
- $D(\ln f(x)) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
- $D(e^{f(x)}) = e^{f(x)}f'(x)$
- $D(\sin f(x)) = f'(x)\cos f(x)$
- $D(\cos f(x)) = -f'(x)\sin f(x)$
- $D(\arctan f(x)) = \dfrac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$
- $D(f(x)^{g(x)}) = f(x)^{g(x)}\left\{g'(x)\ln f(x) + g(x)\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right\}$

Dimostrazione

$f(x)^{g(x)} = e^{\ln f(x)^{g(x)}} = e^{g(x)\ln f(x)}$ e dunque si deriva seguendo la regola di $D(e^{f(x)})$ e del prodotto