

FORMULARIO: tavola degli integrali indefiniti

Definizione

$$\int f(x) dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

Proprietà dell'integrale indefinito

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

Integrali indefiniti fondamentali

$$\int f'(x) dx = f(x) + c$$

$$\int a dx = ax + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad \text{con } n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \log|x| + c$$

$$\int \text{sen} x dx = -\text{cos} x + c$$

$$\int \text{cos} x dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) dx = \int \frac{1}{\text{cos}^2 x} dx = \text{tg} x + c$$

$$\int (1 + \text{ctg}^2 x) dx = \int \frac{1}{\text{sen}^2 x} dx = -\text{ctg} x + c$$

$$\int \text{Sh} x dx = \text{Ch} x + c$$

$$\int \text{Ch} x dx = \text{Sh} x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log_e a} + c$$

$$\int [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + \dots + \int f_n(x) dx$$

Integrali notevoli

$$\int \frac{1}{\text{sen} x} dx = \log \left| \text{tg} \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\text{cos} x} dx = \log \left| \text{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} \text{arcsen} x + c \\ -\text{arccos} x + c \end{cases}$$

$$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} \text{arccos} x + c \\ -\text{arcsen} x + c \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \text{arctg} x + c$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \log \left| x + \sqrt{x^2-1} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \begin{cases} \text{arcsSh} x + c \\ \log \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) + c \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \log \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + c$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \log \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) + c$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left(a^2 \text{arcsen} \frac{x}{a} + x \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \right) + c$$

$$\int \text{sen}^2 x dx = \frac{1}{2} (x - \text{sen} x \text{cos} x) + c$$

$$\int \text{cos}^2 x dx = \frac{1}{2} (x + \text{sen} x \text{cos} x) + c$$

$$\int \frac{1}{\text{Ch}^2 x} dx = \int (1 - \text{Th}^2 x) dx + c = \text{Th} x + c$$

Integrali indefiniti riconducibili a quelli immediati:

$$\int f^n(x) f'(x) dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\log_e a} + c$$

$$\int f'(x) \cos f(x) dx = \text{sen } f(x) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx = \begin{cases} \arcsen f(x) + c \\ -\arccos f(x) + c \end{cases}$$

$$\int f'(x) \text{sen } f(x) dx = -\cos f(x) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx = \text{arctg } f(x) + c$$

Tecniche di integrazione:

Integrazione per sostituzione

Per il calcolo di integrali del tipo $\int f(x) dx$, talvolta può essere vantaggioso sostituire alla variabile d'integrazione x una funzione di un'altra variabile t , purchè tale funzione sia derivabile e invertibile.

Ponendo $x = g(t)$, da cui deriva $dx = g'(t) dt$, si ha che:

$$\int f(x) dx = \int f[g(t)] \cdot g'(t) dt$$

Integrazione per parti

$$\int f'(x) g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x) g'(x) dx$$

Si integrano per parti funzioni del tipo $P(x) \cdot e^x$, $P(x) \cdot \sin x$, $P(x) \cdot \cos x$, $e^{ax} \cdot \sin \beta x$, $e^{ax} \cdot \cos \beta x$, dove $P(x)$ è un polinomio.