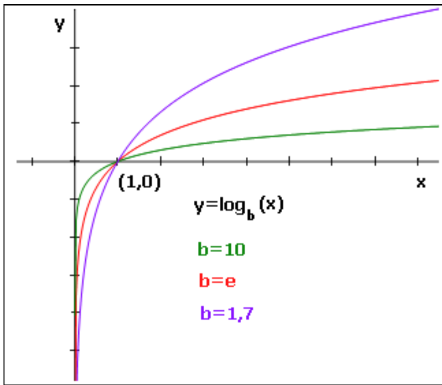
Logaritmo

I logaritmi vennero proposti nel 1614 da John Napier (*Neperus* o Nepero) per semplificare i calcoli. La funzione logaritmo consente di trasformare il prodotto in una somma e l'elevamento a potenza in un prodotto: l'estrazione di radice si risolve in una divisione per due. La conversione (diretta ed inversa) in e da logaritmo si trova tabulata ("Tavola dei logaritmi"). Henry Briggs calcolò i logaritmi decimali da 1 a 1000, ciascuno fino alla quattordicesima cifra decimale (1617, *Logarithmorum Chilias Prima)*.
La funzione logaritmo in base *a* è l' inversa della funzione esponenziale in base *a*.
Il logaritmo in base *a* di un numero *x* è l'esponente da dare ad *a* per ottenere *x* (*argomento* del logaritmo).
$x = a^y$ => $y = \log_a x$ (y è il logaritmo in base a di x).
Per esempio, $\log_3 81 = 4$ perché $3^4 = 81$.



Funzione logaritmo y=$\log_b(x)$

L'espressione $\log_b(x)$ ha significato, nel campo reale, solo se la base b è un reale positivo diverso da 1 e l'argomento x è un reale positivo.

Logaritmi con varie basi: rosso per la base *e*, verde per la base 10 e viola per la base 1,7. Tutte le curve passano per il punto (1, 0).

Basi più comuni	
10	base 10 (logaritmi decimali o volgari o di Briggs), usati per le operazioni di calcolo; li si indica con log_{10}, più genericamente con *log*, più raramente con *Log*.
e	base e (logaritmi naturali o neperiani), usati in analisi infinitesimale; li si indica con *ln*, più raramente con *log* (quando, dal contesto, la base a cui ci si riferisce è chiara).
2	base 2 (logaritmi binari), usati soprattutto nell'analisi della complessità computazionale, nella teoria dei codici e nella teoria dei segnali; li si indica con log_2, più raramente con *log* (quando, dal contesto, la base a cui ci si riferisce è chiara).

Proprietà dei logaritmi	
2,718….	Numero di Nepero
$\log_a a = 1$	Il logaritmo in base *a* di *a* è 1:
$\log_m 1 = 0$	Il logaritmo di 1 è, in qualsiasi base, 0
$a^{\log_a x} = \log_a a^x = x$	Vale l' identità:
$\log_m(a \cdot b) = \log_m a + \log_m b$	Il logaritmo del prodotto di due numeri è uguale alla somma dei logaritmi dei due numeri:
$\log_m \frac{a}{b} = \log_m a - \log_m b$	Il logaritmo di un quoziente è uguale alla differenza tra i logaritmi del dividendo e del divisore:
$\log_m \frac{1}{a} = -\log_m a$	Il logaritmo dell'inverso di *a* è l'opposto del logaritmo di *a*:
$\log_m a^k = k \cdot \log_m a$	Il logaritmo di un numero elevato all'esponente *k* è uguale al prodotto dell'esponente per il logaritmo del numero:

$$\log_b x = \frac{\log_k x}{\log_k b}$$	Noto il valore di un logaritmo in una base, se ne calcola il valore in un'altra base. Se *b*, *x*, e *k* sono numeri reali positivi (con $b \neq 1$ e $k \neq 1$): dove *k* è una base qualsiasi.
$$\log_b x = \frac{1}{\log_x b}$$	Relazione utile ottenuta dall'espressione del cambiamento di base per $k = x$.
$$\frac{d}{dx} \log_b x = \frac{1}{x \ln b} = \frac{\log_b e}{x}$$	derivata del logaritmo. ln è il logaritmo naturale (base = e).
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$	
$$\int \log_b x \, dx = x \log_b x - \frac{x}{\ln b} + C = x \log_b \left(\frac{x}{e}\right) + C$$	Integrale della funzione logaritmo, con base generica *b*, ottenuta integrando per parti. *C* è la costante di integrazione.
$$\ln z = \ln \lvert z \rvert + i \left(\arg\ z + 2\pi k\right), z \in \mathbb{C}$$	La funzione logaritmo di argomento complesso. Ln è il logaritmo naturale.