



Andrea Minini - piva 09286581005 -

email: info@andreaminini.com - PEC andreaminini@pec.it | [Privacy](#) | [Fonti & Bibliografia](#) | Base di conoscenza personale |

Data una matrice quadrata A di ordine n e un numero intero non negativo k , la potenza A^k è uguale al prodotto ricorsivo della matrice A per se stessa per $k-1$ volte.

Attenzione. La potenza della matrice non è l'elevazione a potenza degli elementi della matrice. Questo si verifica solo in alcune circostanze come nelle matrici diagonali.

1. [Un esempio di potenza di matrice](#)
2. [Le matrici nilpotenti e idempotenti](#)
3. [La potenza zero della matrice](#)
4. [La potenza della matrice con esponente negativo](#)
5. [Il caso delle matrici diagonali](#)
6. [Il caso della potenza del binomio di matrici](#)

Un esempio di potenza di matrice

Ho la seguente matrice quadrata A di ordine 2 e voglio calcolare l'elevazione al cubo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Per calcolare la potenza cubica della radice devo moltiplicare la matrice per se stessa per tre volte.

Scegli
il Clima LG Libero
a soli 790€
IVA e installazione
incluse.

Clima LG Libero
ediz

SCOPRI DI PIÙ

What's
your power? end

1. [Le](#)
2. [La](#)
3. [Il](#)
[m](#)
4. [La](#)
5. [La](#)
6. [Il](#)
[L](#)

Le matrici | [FAQ](#) | [spiegazione semplice](#) | [Aggiungi ai tuoi preferiti](#)

$$\begin{aligned}
 A^3 &= A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 19 & 18 \\ 27 & 19 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

WWW.ANDREAMININI.ORG

Seleziona lingua

Powered by Google Trad

KNOWLEDGE

1. [Le](#)
2. [La](#)
3. [Il](#)
4. [La](#)
5. [La](#)
6. [Il](#)

Nota. Come si può notare la potenza A^3 non conduce a una matrice con elementi elevati alla terza perché [la moltiplicazione matriciale righe per colonne](#) è un procedimento con proprietà differenti rispetto al prodotto fra numeri reali.

$$\begin{aligned}
 A^3 &= A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 19 & 18 \\ 27 & 19 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1^3 & 2^3 \\ 3^3 & 1^3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

WWW.ANDREAMININI.ORG

Le matrici nilpotenti e idempotenti

Una matrice quadrata A di ordine n è detta **nilpotente** di ordine k se la potenza A^k è una matrice nulla (O).

$$A^k = O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Ecco un esempio di matrice nilpotente.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

Una matrice quadrata A di ordine n è detta **idempotente** di ordine k se la potenza A^k è uguale a A .

$$A^k = A$$



Le matrici A^2 [FAQ](#) [Aspiegazione semplice](#) [Aggiungi ai tuoi preferiti](#)

Seleziona lingua

Powered by Google Trad

KNOWLEDGE

Nota. Le matrici nilpotenti e idempotenti sono risultati possibili soltanto nella moltiplicazione riga per colonna tra matrici.

1. [Le](#)
2. [La](#)
3. [Il](#)
4. [La](#)
5. [La](#)
6. [Il](#)

La potenza zero della matrice

Una qualsiasi matrice quadrata di ordine n elevata a zero dà come risultato una matrice unitaria I di ordine n .

$$A_n^0 = I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La potenza della matrice con esponente negativo

Se l'esponente k della potenza è negativo, la potenza della matrice A si calcola moltiplicando per k volte la sua [matrice inversa](#) A^{-1} .

$$A^{-3} = A^{-1} \cdot A^{-1} \cdot A^{-1}$$

Il caso delle matrici diagonali

Le matrici diagonali sono l'unico caso in cui la potenza della matrice coincide alla potenza dei singoli elementi.

$$\begin{aligned} A^3 &= A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^3 & 0^3 \\ 0^3 & 2^3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

WWW.ANDREAMININI.ORG

Si tratta comunque di un caso particolare.



[Le matrici](#) | [FAQ](#) | [spiegazione semplice](#) [Aggiungi ai tuoi preferiti](#)

Seleziona lingua

Powered by Google Trad

Nel caso delle matrici non vale la regola della potenza del binomio dei numeri reali.

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) \\ = A^2+AB+BA+B^2 \neq A^2+2AB+B^2$$

WWW.ANDREAMININI.ORG

Nota. E' un altro esempio della particolarità della potenza tra matrici che non va confusa con la potenza dei numeri reali, perché segue un procedimento di calcolo differente.

1. [Le](#)
2. [La](#)
3. [Il](#)
4. [La](#)
5. [La](#)
6. [Il](#)

[Andrea Minini](#)

► Scegli Tu!

Algebra 1
Numeri quadra

Algebra Linear
Di i matematica

Per scrivere un commento

Invia

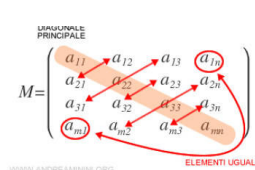


$$\begin{cases} 3c=1 \\ 2d-2+d=0 \\ a=c \\ b=d-1 \end{cases} \begin{cases} c=\frac{1}{3} \\ 3d-2=0 \\ a=c \\ b=d-1 \end{cases} \begin{cases} c=\frac{1}{3} \\ d=\frac{2}{3} \\ a=c \\ b=d-1 \end{cases} \\ \begin{cases} c=\frac{1}{3} \\ ? \\ ? \end{cases} \begin{cases} c=\frac{1}{3} \\ ? \\ ? \end{cases} \quad (\underline{1} \quad \underline{1})$$

$$A=(a_{11})$$

$$\det(A)=(a_{11})$$

WWW.ANDREAMININI.C



Creata per distinguersi

Ann. Alfa Romeo

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

MATRICE EQUIVALENTE

WWW.ANDREAMININI.ORG

Le matrici invertibili e inverse

andreaminini.org

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0U$$

$$A^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 80$$

Il determinante della matrice

andreaminini.org

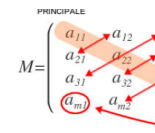
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$$

WWW.ANDREAMININI.ORG

La matrice simmetrica

andreaminini.org



WWW.ANDREAMININI.ORG

Le matrici equivalenti

andreaminini.org

Le proprietà del determinante

andreaminini.org

La matrice ortogonale

andreaminini.org

Le matrici antisimmetriche

andreaminini.org