

Meccanismi di rumore

rumore termico, rumore shot, rumore $1/f$, passeggiata casuale, costanti fondamentali (e , k) e rumore, termometria di rumore

Meccanismi di rumore

- **rumore bianco**: - processi di agitazione termica;
- processi di tipo Poissoniano (bruit de grenaille);
- **rumore $1/f$** : il suo nome deriva dalla distribuzione spettrale con andamento proporzionale a $1/f^\alpha$ con $\alpha \approx 1$.
E' conosciuto anche come rumore flicker o rumore rosa.
- **passeggiata casuale ($1/f^2$)**
(random walk, processo di Wiener): - moto *Browniano*

Rumore bianco

Rumore termico (Johnson-Nyquist)

Il rumore termico è causato dal moto termico casuale dei portatori di carica nel conduttore e dipende dalla **temperatura assoluta T**.

- osservato sperimentalmente nel 1927 da J.B. Johnson (Bell Telephone Laboratories) misurando il rumore termico su resistori;
- H. Nyquist nel 1928 fornisce l'analisi teorica del fenomeno in base ai principi della termodinamica e della meccanica statistica.

Per questa ragione il rumore termico viene spesso denominato rumore **Johnson** oppure rumore **Nyquist**.

Il fenomeno è caratterizzato dalla temperatura T dei portatori di carica in agitazione termica.

La frazione di portatori con energia $h\nu$ è data da:

$$\frac{dn}{dE} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Per $h\nu/kT \ll 1$, possiamo linearizzare questa equazione da cui risulta:

$$\frac{dn}{dE} \cong \frac{kT}{h\nu}$$

per cui la densità spettrale unilatera di potenza disponibile è

$$S_n(f) = kT$$

- questa espressione afferma che le fluttuazioni spontanee ai capi di un conduttore mantenuto in equilibrio termico alla temperatura T sono indipendenti
 - dal meccanismo di conduzione,
 - dalla natura del materiale,
 - dalla geometria,
 - dalla resistenza R del conduttore;

dipende solo dalla temperatura !

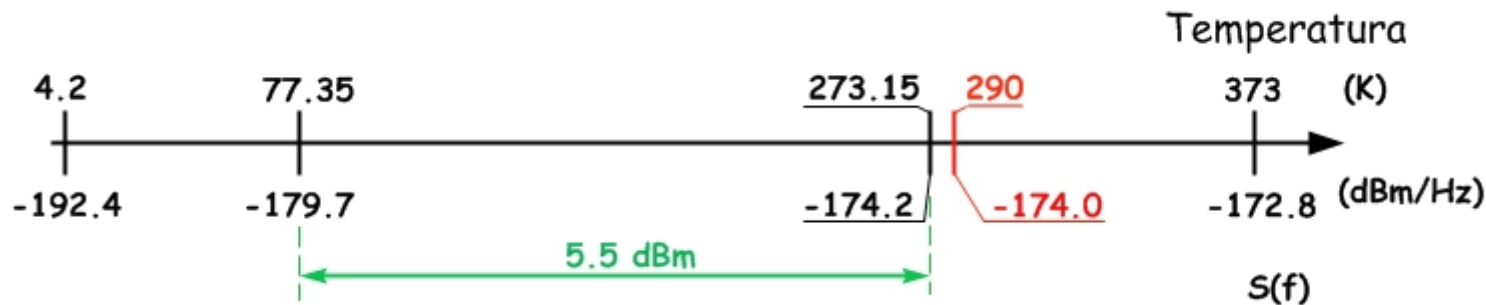
l'approssimazione $h\nu/kT \ll 1$ significa che

- a temperatura ambiente ($T = 300$ K):
possiamo considerare costante la densità spettrale di potenza disponibile $kT=4.1 \cdot 10^{-21}$ W/Hz (-174 dBm/Hz) fino alla frequenza per cui:

$$h\nu/kT \ll 1 \Rightarrow \nu \ll kT/h \approx 6 \text{ THz} \quad (\lambda \gg 50 \mu\text{m})$$

- a bassa temperatura possiamo ancora considerare costante la distribuzione spettrale, ma fino a frequenze più basse:

77 K (LN ₂)	$kT = 1.1 \cdot 10^{-21}$ W/Hz	$\nu \ll 1.6$ THz	$(\lambda \gg 300 \mu\text{m})$
4 K (LHe)	$kT = 5.5 \cdot 10^{-23}$ W/Hz	$\nu \ll 82$ GHz	$(\lambda \gg 3.7 \text{ mm})$



Rumore shot

Questo processo di rumore è legato alla granulosità dei portatori di carica. La loro distribuzione è di tipo **Poissoniano** ed è quindi caratterizzata dal numero medio di eventi μ per intervallo di tempo.

La **varianza** di questo processo è quindi μq^2 , dove q è la carica dei portatori. La densità spettrale unilatera di potenza disponibile è $2\mu q^2$.

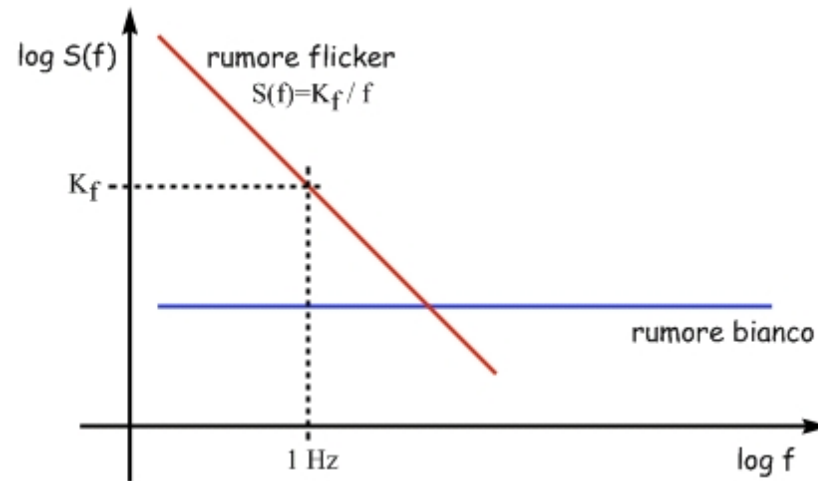
Ma $I_0 = \mu q$ è il valor medio della corrente, per cui: $S_I(f) = 2qI_0$.

Anche in questo caso (almeno per le frequenze per le quali è trascurabile il tempo di transito dei portatori di carica) la distribuzione spettrale è bianca ed è **proporzionale alla corrente media**.

Rumore 1/f (flicker, pink noise)

Si manifesta in una grande varietà di fenomeni fisici ma **la sua origine non è del tutto chiara!**

Il contributo flicker cresce in modo inversamente proporzionale alla frequenza per cui tende a dominare sul rumore bianco a frequenze di Fourier sufficientemente basse, cioè per tempi di misura (integrazione) lunghi.



...dal punto di vista dell'incertezza di misura...

il rumore flicker pone un limite alla riduzione dell'incertezza di misura al crescere del tempo di misura, per questo si parla a volte di "*flicker floor*".

Passeggiata casuale

E' un processo di **diffusione casuale**. La sua distribuzione spettrale $S(f)$ è proporzionale a $1/f^2$; tende quindi a prevalere sul rumore flicker a frequenze ancora più basse rispetto a quelle a cui questo domina.

La varianza del processo aumenta in modo proporzionale al tempo.

Derive (drift)

- fenomeni di **invecchiamento** (nel misurando, o nello strumento di misura); variazioni molto lente, di solito monotone, del risultato di una misura.

modellizzazione → regressione polinomiale (lineare, quadratica);
→ studio della "*sensibilità*" ai diversi parametri del sistema;

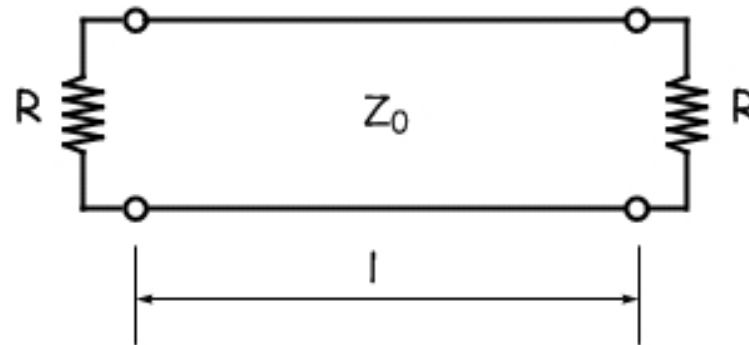
per i sistemi di precisione vengono spesso indicate le derive temporali massime del sistema:

esempio: - deriva dell'offset di un amplificatore operazionale, $1\mu\text{V}/\text{mese}$ (OP27);
- deriva di frequenza di un oscillatore piezoelettrico, $3\cdot 10^{-10}/\text{giorno}$;

- **derive termiche** ⇒ **coefficiente di sensibilità termica**
esempio: - deriva termica dell'offset di un amplificatore operazionale ($1\mu\text{V}/^\circ\text{C}$)

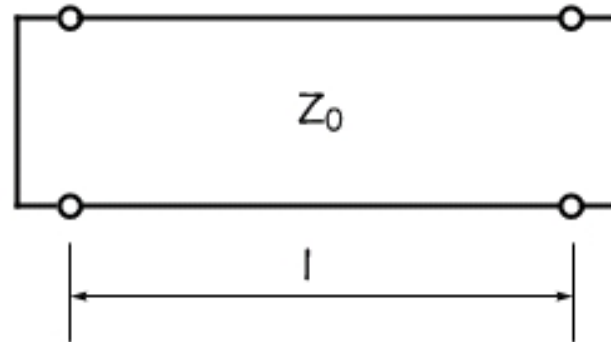
Rumore termico (H. Nyquist, Phys. Rev. 32 (1928) 110)

Consideriamo una linea di trasmissione priva di perdite terminata, ad entrambe i lati con un resistore di valore pari alla sua impedenza caratteristica $Z_0 = R$.



All'equilibrio termico alla temperatura T , la potenza di rumore media N generata da ciascun resistore si propaga lungo la linea di trasmissione e viene completamente assorbita all'altra estremità

Cortocircuitiamo istantaneamente entrambe le estremità della linea di trasmissione;



la potenza di rumore prodotta da ciascun resistore si propaga lungo la linea e viene riflessa ad ogni estremità, producendo onde stazionarie.

L'energia viene immagazzinata in un oscillatore armonico unidimensionale:

la lunghezza d'onda del modo m -esimo è:

$$m \left(\frac{\lambda_m}{2} \right) = l$$

$$m = 2l / \lambda_m = 2l f_m / v \quad \Rightarrow \quad f_{m+1} - f_m = v / 2l$$

dove l è la lunghezza della linea, f è la frequenza propria del modo e v è la velocità di fase dell'onda e.m.

Il numero di modi Δm in una banda di frequenza $\Delta f = B$

$$\Delta m = \Delta f / (v / 2l) = 2lB / v$$

$$\Delta m / B = 2l / v$$

...La **potenza di rumore** media N generata da ogni resistore si propaga per un tempo $t = l/v$ prima di essere riflessa;

l'**energia media** ΔW immagazzinata nella linea di trasmissione è:

$$\Delta W = 2N \cdot t = 2N \cdot l / v = N \Delta m / B$$

$$\Delta W = N \Delta m / B$$

...dalla fisica statistica, secondo la legge di equipartizione, *ad ogni grado di libertà*, modo di oscillazione, corrisponde un'eguale *energia media* pari a kT (metà sotto forma di campo elettrico e metà sotto forma di campo magnetico).

perciò per i Δm modi considerati abbiamo un'energia pari a

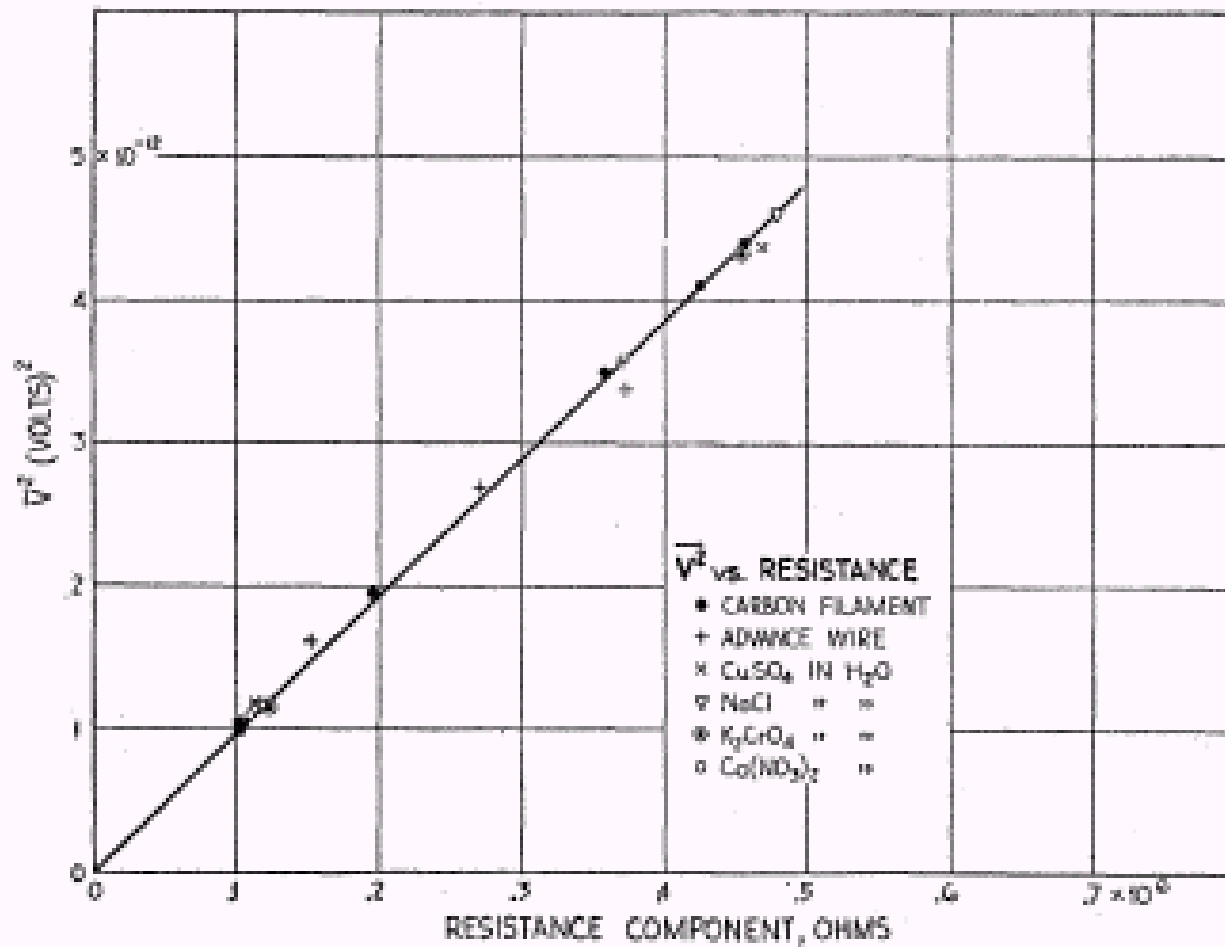
$$kT \cdot \Delta m = N \cdot \Delta m / B$$

quindi

$$N = kT \cdot B$$

le fluttuazioni spontanee ai capi di un conduttore mantenuto in equilibrio termico alla temperatura T sono indipendenti *dal meccanismo di conduzione, dalla natura del materiale, dalla geometria, dalla resistenza R del conduttore;*

dipendono solo dalla temperatura !



Voltage-squared vs. resistance component for various kinds of conductors

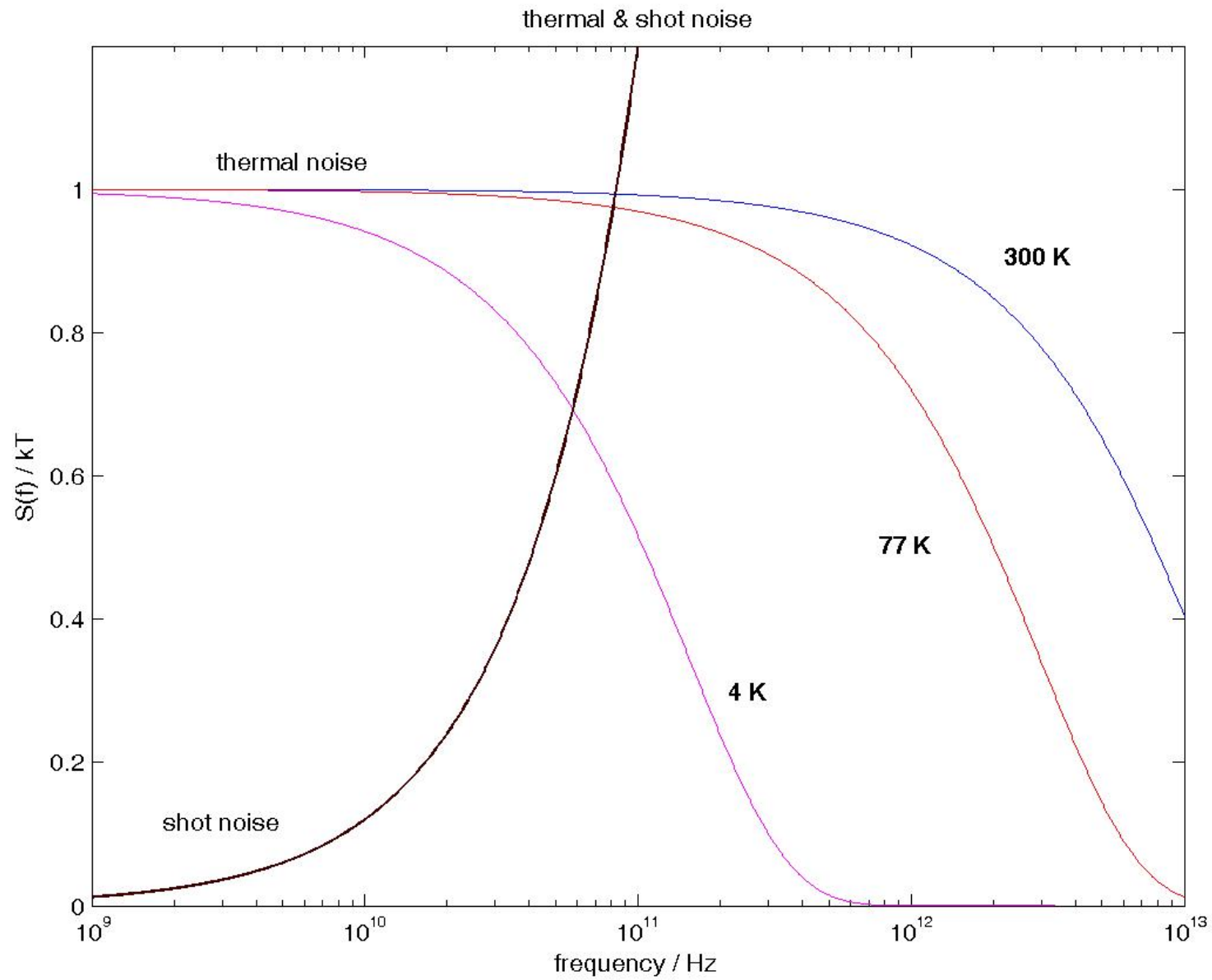
(J.B. Jonhson, Phys. Rev. 32 (1928) 97)

...correzione quantistica

l'energia media di un oscillatore armonico unidimensionale è:

$$\Delta W = \frac{hf}{\exp(hf / kT) - 1}$$

quindi l'approssimazione di Nyquist è corretta a basse frequenze e temperature non troppo basse...



Rumore shot (equazione di Schottky)

Il rumore shot è prodotto dal passaggio casuale di elettroni (o lacune) attraverso una barriera di potenziale. L'arrivo di ogni carica dà luogo ad un impulso di corrente $i(t)$. La forma effettiva dell'impulso di corrente è inessenziale fino a quando il tempo di osservazione T è sufficientemente maggiore del tempo di transito τ attraverso alla barriera di potenziale e l'impulso può essere considerato come una funzione delta di Dirac.

Nel caso appena più complicato in cui l'impulso può essere approssimato con una forma d'onda rettangolare $g(t)$ di durata τ e ampiezza e/τ ;

la sua trasformata di Fourier è: $g(f) = e \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau}$

la sua densità spettrale di energia è: $|g(f)|^2 = e^2 \left[\frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right]^2$

solo dove il prodotto $f\tau$, frequenza per tempo di transito è sufficientemente piccolo allora la densità spettrale di energia $|g(f)|^2$ può essere considerata costante e ci si riduce al caso precedente:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} |g(f)|^2 df = 2 \int_0^{+\infty} |g(f)|^2 df \approx 2e^2 B$$

se n è il numero medio di elettroni che attraversano la barriera di potenziale nel tempo T , allora la corrente di rumore è:

$$I_s^2 = nW / T = n(2e^2 B) / T = 2e\bar{I}B$$

dove $\bar{I} = ne / T$

esercizio

Consideriamo una sorgente di luce che emette fotoni indipendenti e in modo casuale e con un "rate" medio di N fotoni/s.

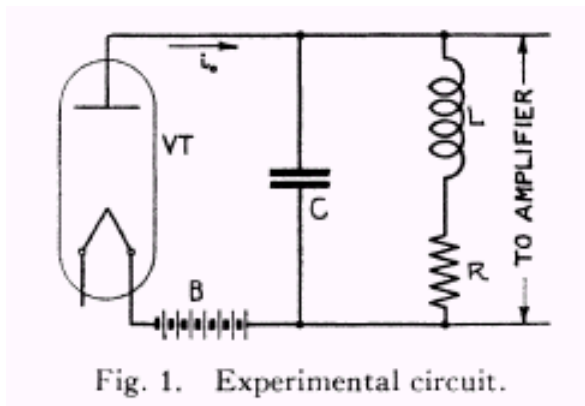
Quanti fotoni devono essere contati da un rivelatore per stimare N con un'incertezza inferiore a 1%?

e nel caso si voglia un'incertezza inferiore a 1 ppm (10^{-6}) ?

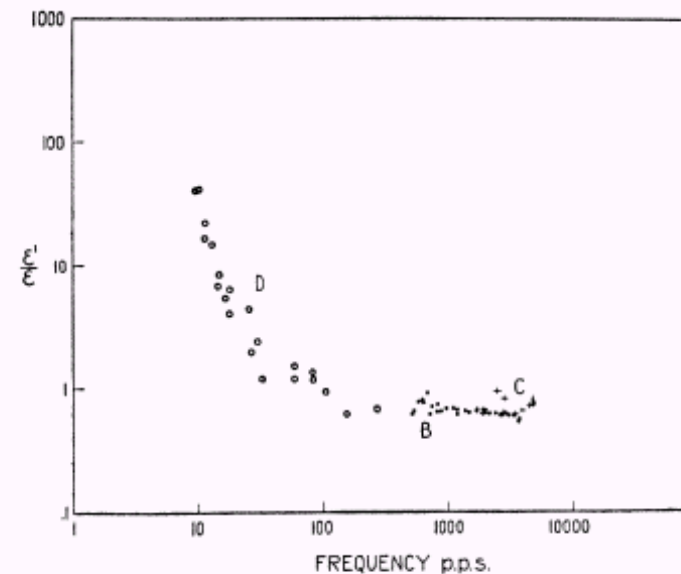
Nel caso di una sorgente visibile ($\lambda = 600$ nm) a che potenze corrispondono?

Rumore 1/f (excess noise)

- 1925 prima osservazione sperimentale: J.B. Johnson, fluttuazioni casuali di corrente nell'emissione termoionica delle valvole;



J.B. Johnson, *Phys. Rev.* 26 (1925) 71



un aspetto stupefacente è la sua **ubiquità**: si presenta in una vasta classe di **processi di trasporto**, dal moto degli elettroni in un resistore a quello delle automobili in un'autostrada, ...

- fluttuazioni di resistenza dei semiconduttori;
- correnti nelle giunzioni Josephson;
- battito cardiaco;
- correnti nelle fibre nervose;
- correnti oceaniche;
- rumore sismico;
- oscillazioni dell'asse terrestre;
- intensità delle macchie solari;
- livello delle piene del Nilo;
- flusso sabbia in una clessidra;
- flusso stradale;
- corrente in soluzioni ioniche;
- ...???

lo spettro di potenza del processo diverge, alle basse frequenze, in modo inversamente proporzionale alla frequenza: $S(f) \propto f^{-1}$.

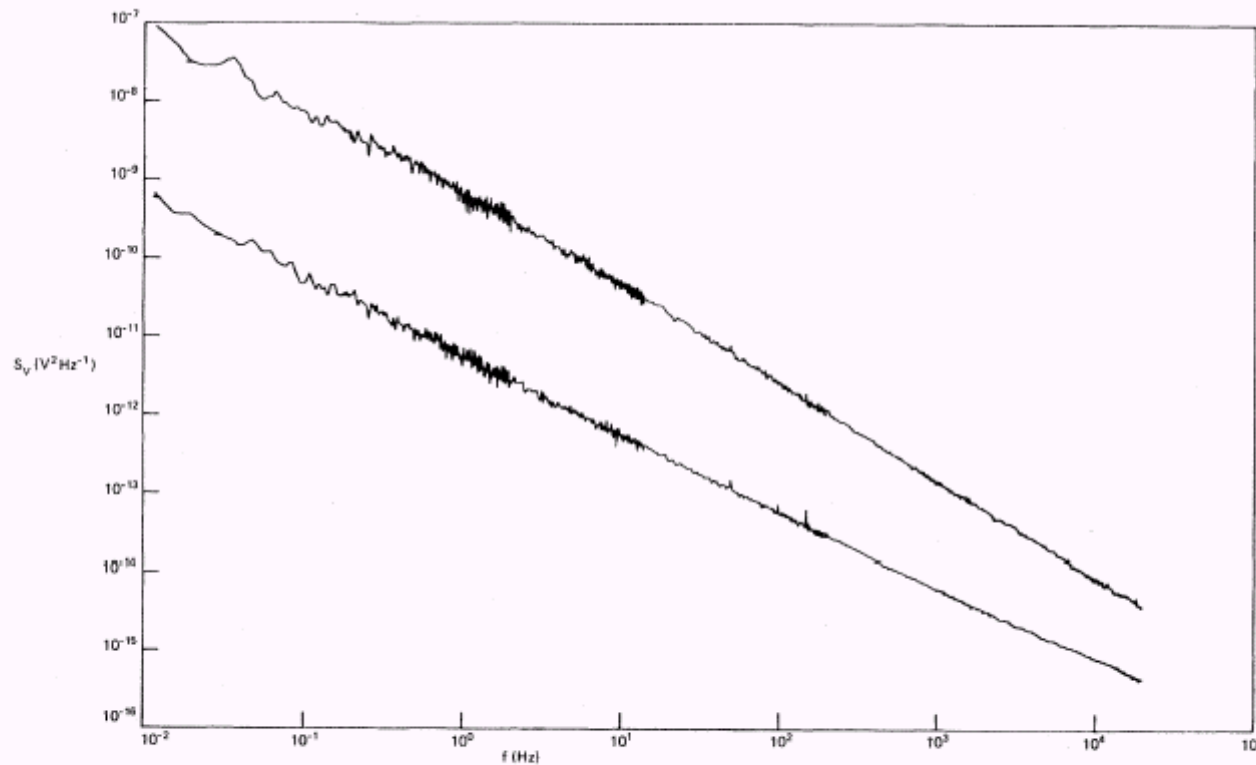
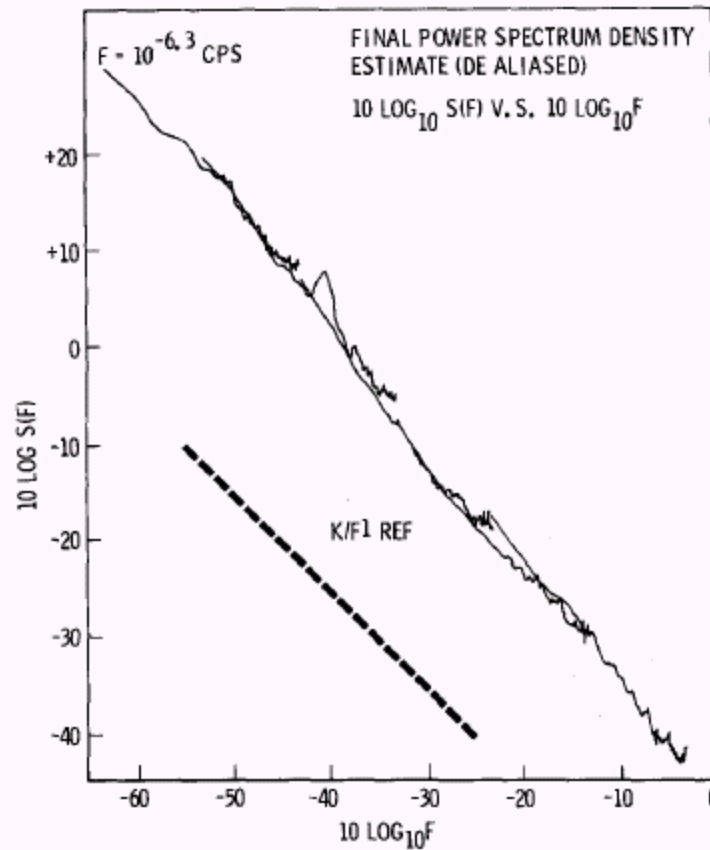


FIG. 1. Power spectra density of flicker noise given by the digital signal analyzer: The upper plot concerns a IrO_2 -based thick-film resistor, extensively analyzed in the present investigation, measured at $T = 556 \text{ K}$; the lower plot concerns a ruthenate-based resistor, measured at $T = 300 \text{ K}$. In both cases the spectra were recorded after 1200 averages.

R. Saletti et al., Phys.Rev.B 27, 1233, (1983)



M.A. Caloyannides, *J. Appl. Phys.* 53 (1981) 497

Analisi del rumore prodotto da un array di 10 amplificatori operazionali

divergenza: la potenza totale di rumore tende all'infinito...

$$\int_0^{\infty} S(f) df = \lim_{\substack{f_1 \rightarrow 0 \\ f_2 \rightarrow \infty}} \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{f^\alpha} df = \begin{cases} \lim_{\substack{f_1 \rightarrow 0 \\ f_2 \rightarrow \infty}} \ln(f_2/f_1) & \alpha = 1 \\ \lim_{\substack{f_1 \rightarrow 0 \\ f_2 \rightarrow \infty}} (f_2^{1-\alpha} - f_1^{1-\alpha}) / (1-\alpha) & \alpha \neq 1 \end{cases}$$

- per uno spettro di rumore $1/f$ il contributo all'integrale per decade ($f_2/f_1 = 10$) [oppure per ottava ($f_2/f_1 = 2$)] è costante

- f_1 ???

La frequenza più bassa che possiamo pensare di osservare è pari all'inverso dell'età dell'universo $\approx 2 \cdot 10^9$ anni, $\approx 6 \cdot 10^{16}$ s, quindi $f_1 \approx 10^{-17}$ Hz.

- f_2 ???

l'intervallo di tempo più breve che possiamo pensare di osservare è ad esempio quello impiegato da un elettrone per percorrere uno spazio pari alla lunghezza d'onda di Compton λ_c alla velocità della luce c ,

$$\lambda_c / c \approx \frac{4 \cdot 10^{-13} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 1.3 \cdot 10^{-21} \text{ s}$$

che corrisponde ad una frequenza massima $f_2 \approx 10^{21}$ Hz.

Ci sono 38 decenni fra la massima e la minima frequenza osservabili e la potenza di rumore flicker è al più 38 volte la potenza di rumore flicker contenuta nella decade fra 1 Hz e 10 Hz !!!

Se anche estendiamo questa argomentazione fino a considerare il tempo di Planck come l'intervallo di tempo più breve osservabile,

$$t_p = \frac{l_p}{c} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \approx 10^{-43} s$$

otteniamo $f_2=10^{43}$ Hz che conduce a prendere in considerazione un totale di 59 decadi.

La conclusione di questo discorso è che sostanzialmente non dobbiamo preoccuparci della divergenza matematica prodotta dal rumore $1/f...$

Dipendenza dal materiale...

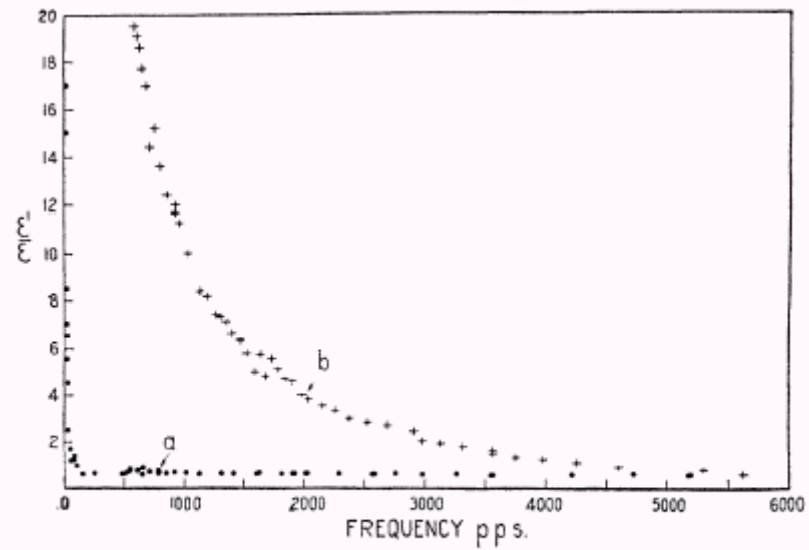


Fig. 7. Frequency variation plotted to a linear frequency scale.
a. Tube No. 1, tungsten filament; inductance A; current 5 m-a.
b. Tube No. 2, coated filament; inductances B and D; current 5 m-a.

J. B. Johnson, Phys. Rev. **26** (1925) 71.

- 1926 W. Schottky tentò di darne un modello teorico;

contributo alla corrente della valvola termoionica da parte di trappole superficiali sul catodo che rilasciano elettroni secondo una legge esponenziale: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ($t > 0$).

La trasformata di Fourier di un singolo processo di rilassamento è

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} N(t) e^{-j\omega t} dt = N_0 \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+j\omega)t} dt = \frac{N_0}{\lambda + j\omega}$$

Nel caso di un treno di questi impulsi di rilassamento $N(t, t_k) = N_0 e^{-\lambda(t-t_k)}$ otteniamo:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} N(t, t_k) e^{-j\omega t} dt = N_0 \sum_k e^{j\omega t_k} \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+j\omega)t} dt = \frac{N_0}{\lambda + j\omega} \sum_k e^{j\omega t_k}$$

la densità spettrale è:

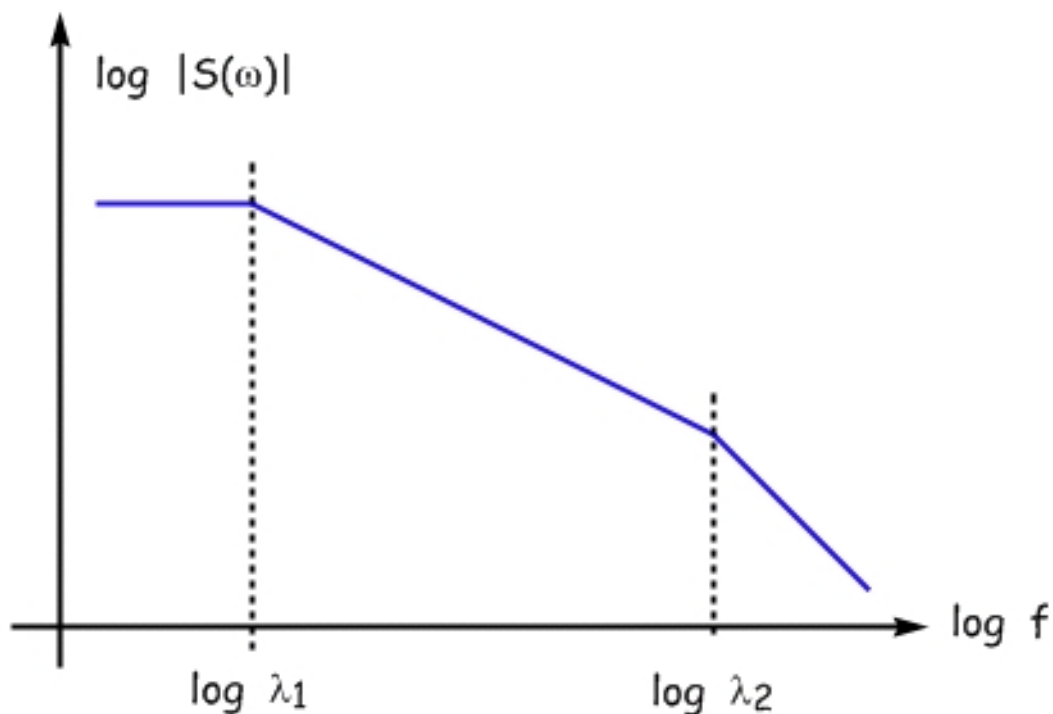
$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\langle \left| F(\omega) \right|^2 \right\rangle = \frac{N_0^2}{\lambda^2 + \omega^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\langle \left| \sum_k e^{j\omega t_k} \right|^2 \right\rangle = \frac{N_0^2}{\lambda^2 + \omega^2} n$$

dove n è il "rate" medio di impulsi e $\langle \dots \rangle$ indicano una media di insieme.

Questo spettro però presenta una regione piatta e dopo una zona di transizione diventa proporzionale a $1/\omega^2$ nella regione ad alta frequenza. Per Schottky questo era sufficiente a spiegare le osservazioni di Johnson.

Un singolo processo di rilassamento non era sufficiente; consideriamo allora la sovrapposizione di diversi processi di rilassamento con costanti di tempo uniformemente distribuite fra λ_1 e λ_2 , e di ampiezza costante.

$$S(\omega) = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{N_0^2}{\lambda^2 + \omega^2} n d\lambda = \frac{N_0^2}{\omega(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\arctan \frac{\lambda_2}{\omega} - \arctan \frac{\lambda_1}{\omega} \right]$$



Per frequenze comprese fra λ_1 e λ_2 lo spettro presenta un comportamento del tipo $1/f$

da simulazioni numeriche:
lo spettro non è sensibile a piccole deviazioni da una distribuzione perfettamente uniforme dei tempi di rilassamento

...i tempi di rilassamento possono essere distribuiti secondo altre leggi, per esempio possiamo avere $dP(\lambda) = \frac{A}{\lambda^\beta} d\lambda$ per $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$; in questo caso è possibile integrare esattamente lo spettro ed ottenere:

$$S(\omega)\alpha \int \frac{1}{\lambda^2 + \omega^2} \frac{d\lambda}{\lambda^\beta} = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2} \ln \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2} & \beta = 1 \\ \frac{\lambda^{1-\beta}}{(1-\beta)\omega^2} F\left(\frac{1-\beta}{2}, 1; 1 + \frac{1-\beta}{2}; -\frac{\lambda^2}{\omega^2}\right) \Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2} & \beta \neq 1 \end{cases}$$

dove $F(a,b;c;z) = \sum \frac{(a)_k (b)_k}{(c)_k} \frac{z^k}{k!} = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-tz)^{-a} dt$

è la funzione ipergeometrica.

...senza utilizzare l'espressione esatta possiamo comunque ricavare il comportamento dello spettro per la regione di frequenze $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ con la seguente approssimazione:

$$S(\omega) \propto \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1}{\lambda^2 + \omega^2} \frac{d\lambda}{\lambda^\beta} = \frac{1}{\omega^{1+\beta}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1}{1 + \lambda^2 / \omega^2} \frac{d(\lambda / \omega)}{(\lambda / \omega)^\beta} = \frac{1}{\omega^{1+\beta}} \int_{\lambda_1 / \omega}^{\lambda_2 / \omega} \frac{1}{(1 + x^2)} \frac{dx}{x^\beta}$$

$$\approx \frac{1}{\omega^{1+\beta}} \int_0^\infty \frac{1}{(1 + x^2)} \frac{dx}{x^\beta} \propto \frac{1}{\omega^{1+\beta}}$$

ottenendo così un'intera classe di processi di rumore flicker con esponenti diversi...

Proprietà statistiche del rumore 1/f

Il comportamento spettrale del rumore è un aspetto importante ma non è l'unico; la densità spettrale di potenza caratterizza completamente un processo stocastico se questo è stazionario, (ergodico) e gaussiano.

1. Stazionarietà

$\langle x(t) \rangle, \langle x(t)x(t + \tau) \rangle, \langle x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2) \rangle, \dots$ non dipendono da t ;

- 1969 Brophy verifica che la statistica dei passaggi per lo zero è poissoniana, come atteso per un processo stazionario;

J.J. Brophy, J.Appl.Phys. 40 (1969) 567

- 1969 Greenstein e Brophy riportano tracce di non stazionarietà;

L.J.Greenstein, J.J. Brophy, J.Appl.Phys. 40 (1969) 682

- 1975 Stosiek e Wolf trovano che le proprietà statistiche del rumore 1/f sono completamente consistenti con le assunzioni di stazionarietà

2. Gaussianità

- Un processo gaussiano è completamente caratterizzato dalla media e dalla densità spettrale;
- processi lineari come i processi di diffusione sono sempre gaussiani; questa caratteristica è un'indicazione della linearità del processo a livello microscopico.
- 1978, R.F. Voss cerca di misurare sperimentalmente queste caratteristiche in conduttori e semiconduttori. L'esperimento verifica il comportamento gaussiano di questi sistemi ma non la loro linearità.

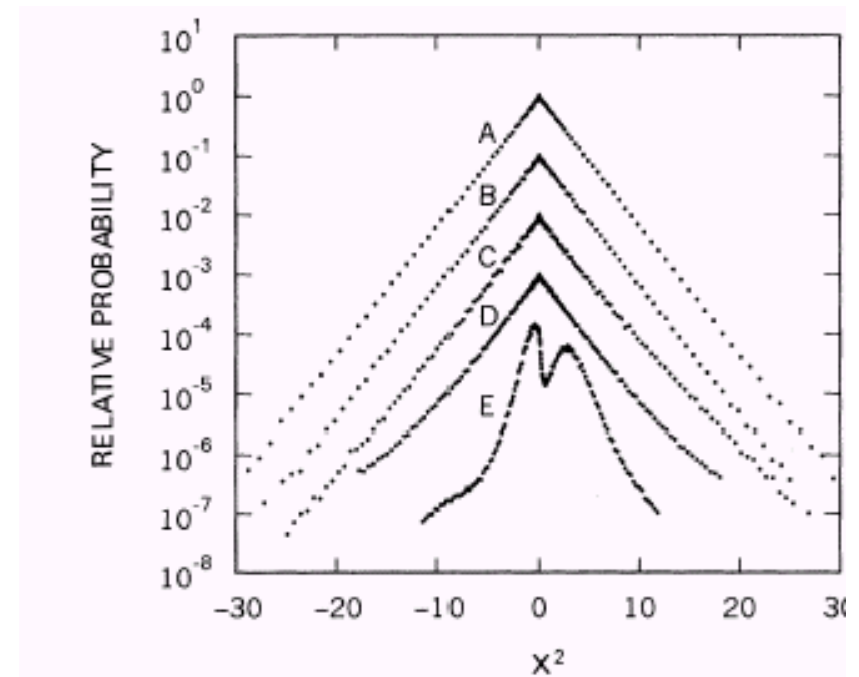


FIG. 3. Relative probability of occurrence vs X^2 where $X = \Delta V / V_{\text{rms}}$. Successive distributions have been offset by one decade.

(R. F. Voss, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 913)

3. I processi di rumore $1/f$ sono presenti all'equilibrio termico?

I processi di rumore $1/f$ sono associati ad un processo di conduzione nel campione;

nel 1976 [Voss & Clarke](#) hanno misurato la densità spettrale di tensione misurata ai capi di film metallico e i risultati suggeriscono che il rumore sia il risultato delle fluttuazioni della temperatura di equilibrio che modulano la resistenza.

Le fluttuazioni di resistenza sono quindi presenti anche in assenza di una corrente.

Alla stessa conclusione giungono [Beck & Spruit](#) (1978).

Non vi è però alcuna garanzia di equilibrio termico in questi esperimenti !!!

Misura delle costanti fisiche

- carica dell'elettrone q

Schottky suggerì l'utilizzazione dell'espressione $i_n^2 = 2qIB$ per la determinazione della carica dell'elettrone q .

Questa misura venne eseguita nel 1925 da Hull e Williams utilizzando il rumore shot prodotto da un diodo a vuoto.

$$q = 1,59 \times 10^{-19} \text{ coulomb} \quad \Delta q/q = \pm 2\%$$

(Phys.Rev. vol. 25,147-173, Feb. 1925;
Phys. Rev. vol. 33, 773-788, May 1929)

misure successive fornirono il valore $q = 1,5991 \times 10^{-19} \text{ coulomb}$

(L.Stygmark, Ark.Fys.,vol. 5, 399-426, 1952)

arrivando a tempi più recenti...(1997)

Il **rumore di partizione** è il rumore che si produce quando una corrente è distribuita casualmente fra due elettrodi.

L'effetto netto è quello di aggiungere nell'espressione del rumore shot un fattore moltiplicativo.

Attraverso misure del rumore di partizione in conduttori di dimensioni estremamente piccole hanno rivelato l'esistenza di **cariche frazionarie** $(m/n) \cdot q$ associate a stati di tunnel di queste "quasi particelle".
(m ed n sono interi e q la carica dell'elettrone)

(C. Glattli et al., Phys. Rev. Lett. 79, 2526, 1997)

- costante di Boltzmann k

La prima misura della costante di Boltzmann attraverso misure di rumore termico $v_n^2 = 4kTB$ venne eseguita da Johnson.

$$k = 1,27 \times 10^{-23} \text{ J/s} \quad \Delta k/k = \pm 13\%$$

(Phys.Rev. vol.32,, pp.97-109, July 1928)

Misure successive migliorarono sostanzialmente la precisione della determinazione della costante di Boltzmann.

(H.D. Ellis, E.B. Moullin, Proc. Cambridge Phil. Soc., vol. 28, pp. 386-402, July 1932)

Misure di temperatura

Nel 1949 Lawson e Long proposero di utilizzare il rumore termico di un resistore per misurare bassi valori di temperatura.

L'evidente vantaggio di questa tecnica consiste nell'indipendenza del rumore generato dal resistore è indipendente dalla sua composizione, dalle dimensioni geometriche,...

(A.W. Lawson, E.A. Long, Phys.Rev. vol. 70, 220.221, Aug 1946)

(J.B. Garrison, A.W. Lawson, Rev.Sci. Instr. vol.20, 785-794, Nov 1949)

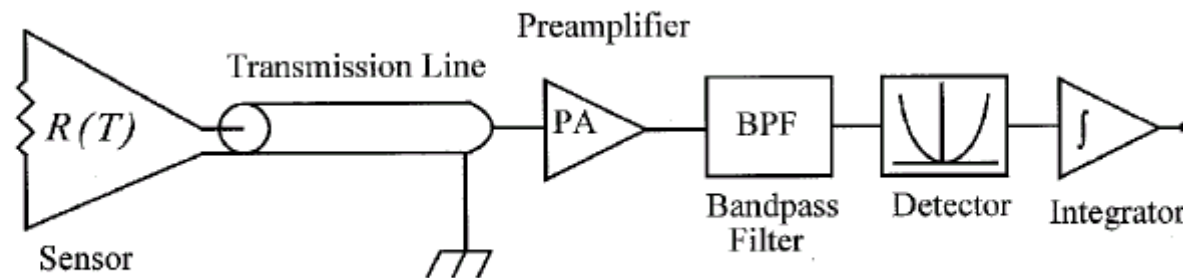


Figure 1. Simple block diagram of a noise thermometer.

- misure di **temperature criogeniche** (He liquido) con incertezze inferiori a 0,5 mK utilizzando un preamplificatore a FET con temperatura di rumore pari a 100 mK utilizzando il metodo Twiss-Brown con tempi di integrazione sufficientemente lunghi.

(H.H. Klein, G. Klempt, L. Storm, Measurement of the Thermodynamic Temperature of He⁴ at various vapour pressures by a noise thermometer, Metrologia, 1979 vol. 15, 143)

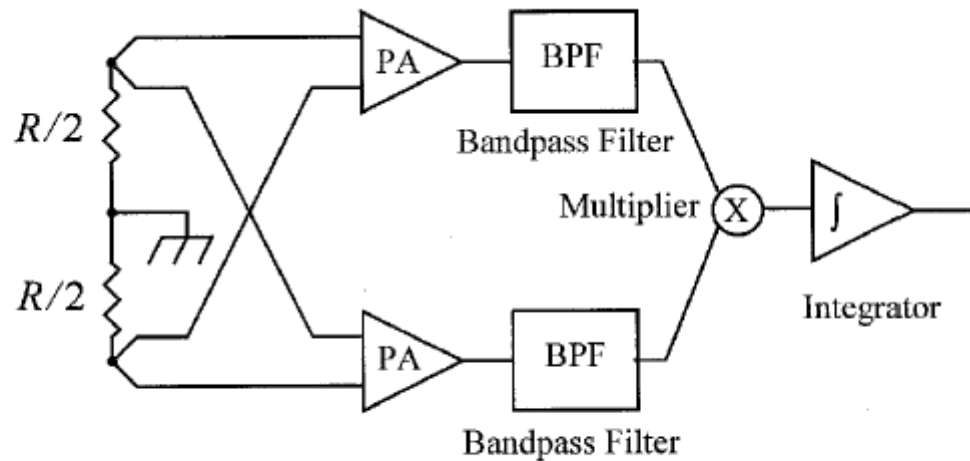


Figure 4. A correlating noise thermometer.

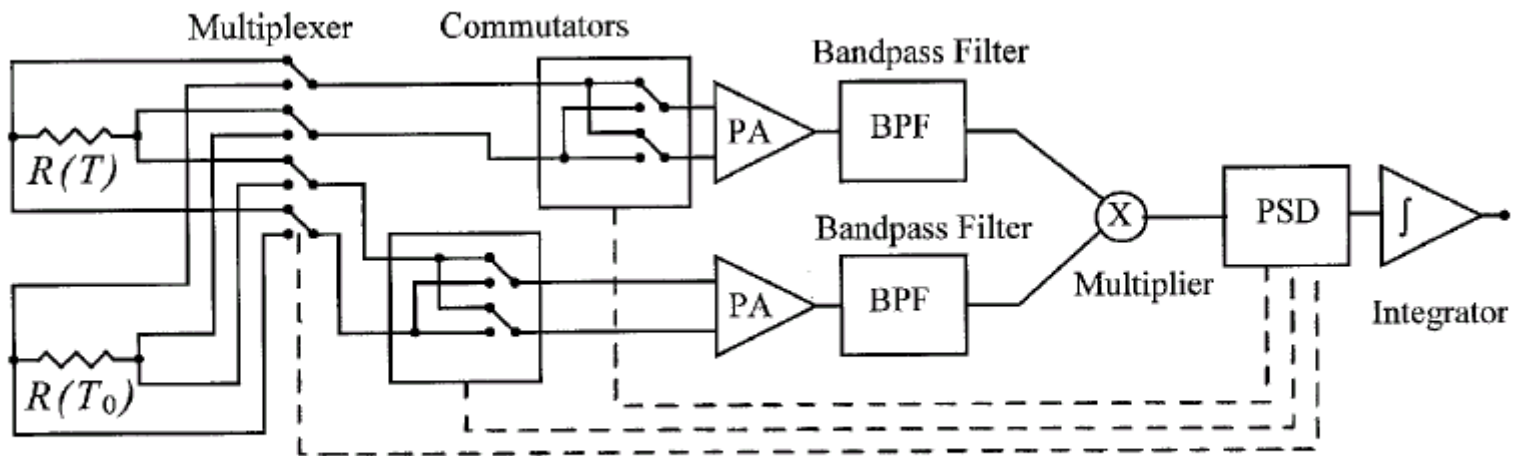
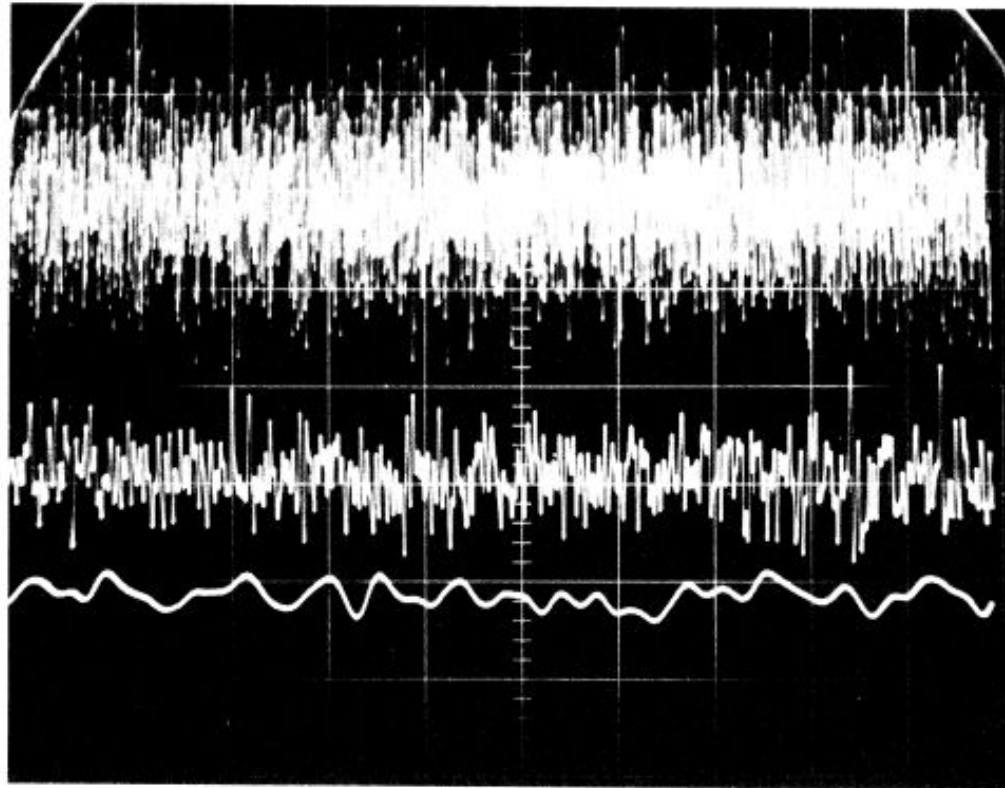
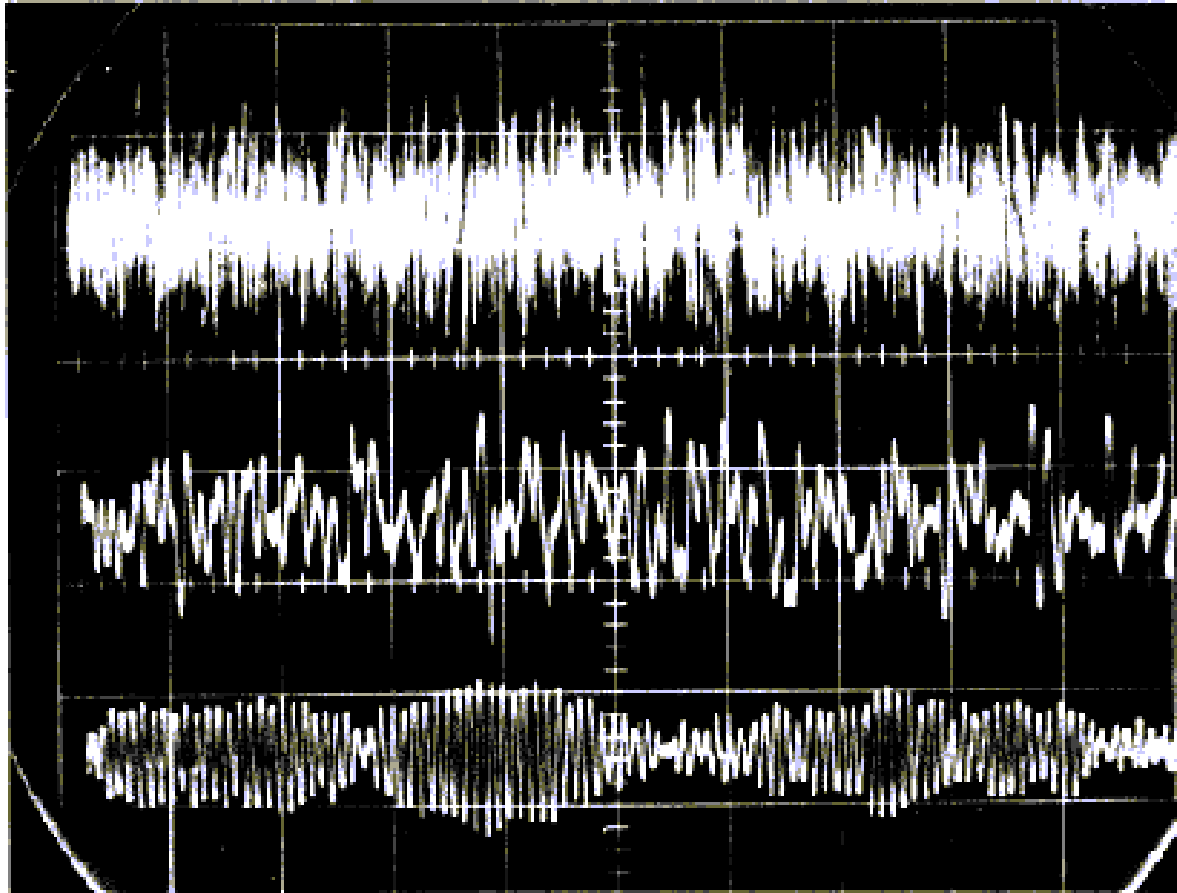


Figure 5. The switching correlator noise thermometer.

- misure di alte temperature (275 K - 1275 K) in un [reattore nucleare](#)
(H.G. Brixy, Nucl.Instrum. Meth. vol. 97, 75-80, Nov. 1971)



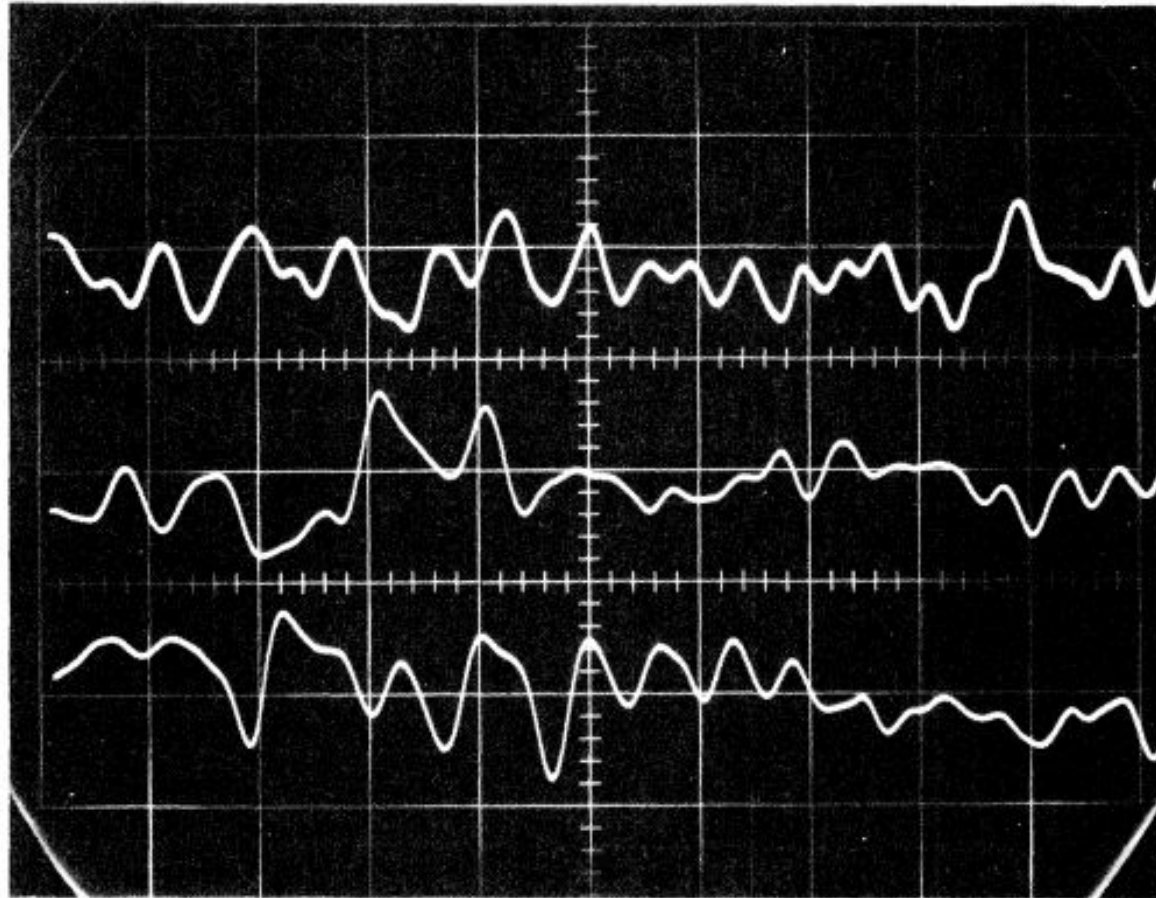
White noise is shown as it appears on oscilloscope display with horizontal sweep of 1 ms/cm. Top waveform, bandwidth is dc to 200 kHz; center waveform, bandwidth is dc to 20 kHz; bottom waveform, bandwidth is dc to 2 kHz. Note that the bandwidth reduction affects both the peak amplitude and the rms value.



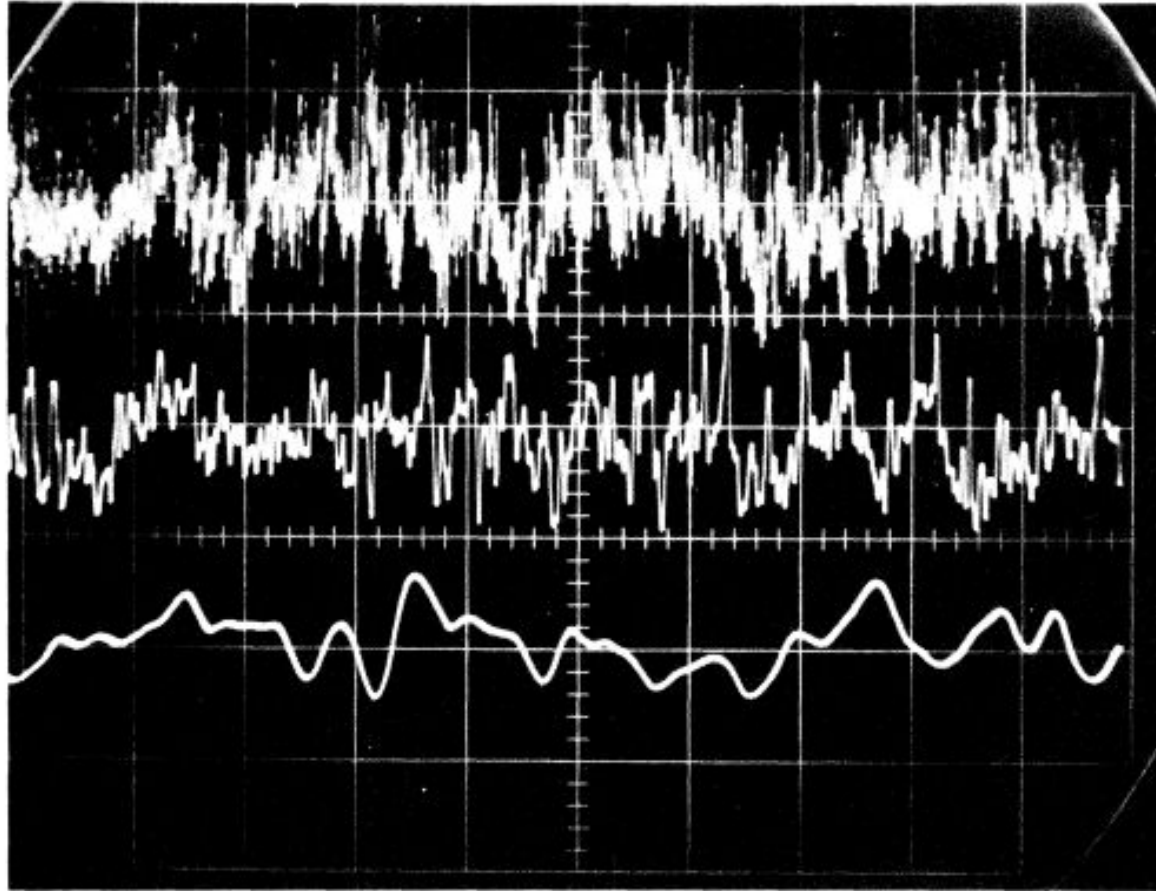
Broadband white
noise

RLC filter
 $f_0=2$ kHz

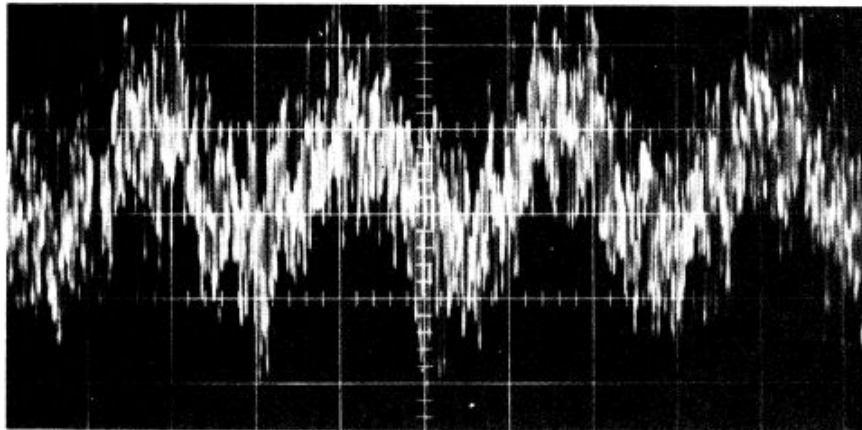
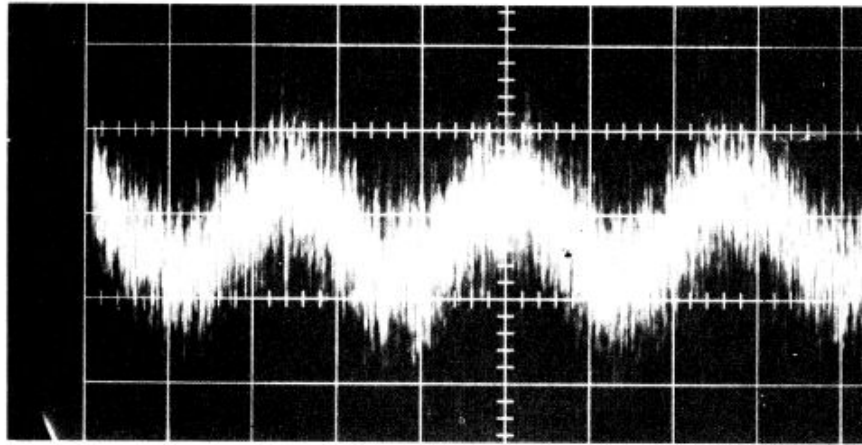
high-Q crystal
filter



The power content of $1/f$ noise in each decade of frequency is equal, as shown in these traces. Top waveform, $\Delta f = 20$ Hz, horizontal 100 ms/cm; center waveform, $\Delta f = 200$ Hz, horizontal 10 ms/cm; bottom waveform, $\Delta f = 2$ kHz, horizontal 1 ms/cm.

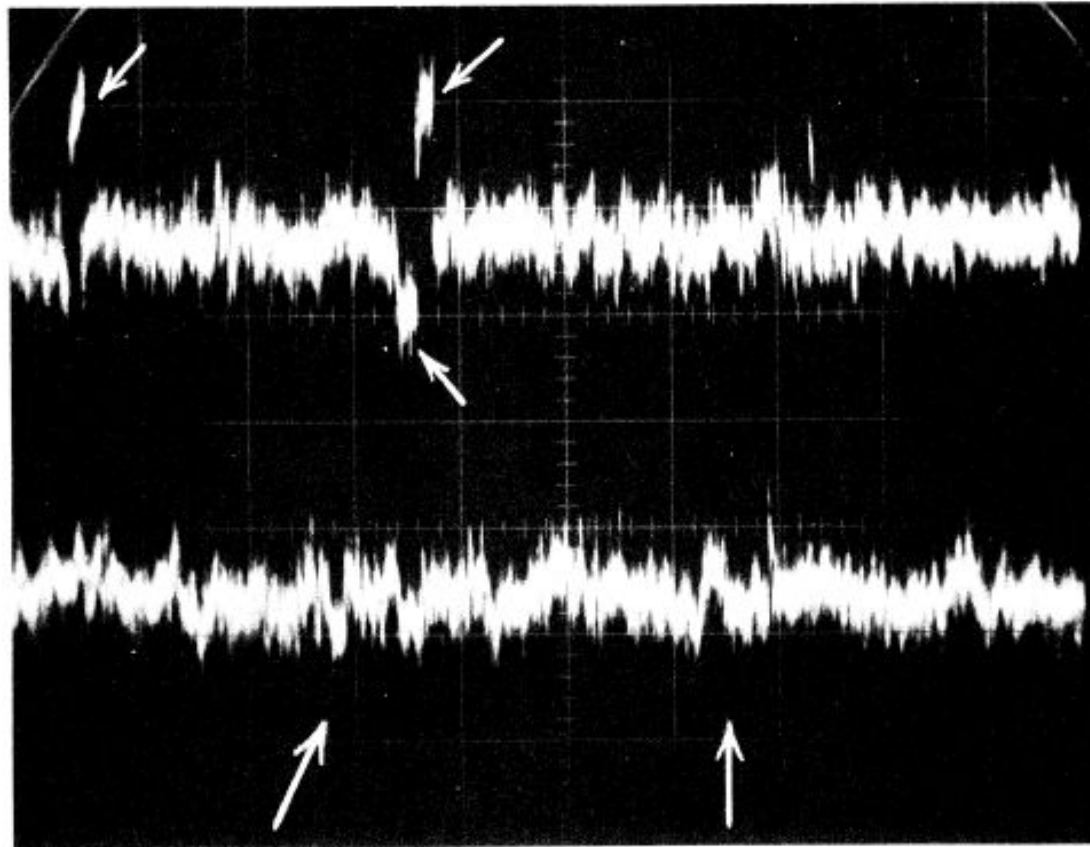


These traces show the effect of bandwidth limiting of $1/f$ noise. Top waveform, bandwidth is 2 kHz; middle waveform, bandwidth is 200 Hz; bottom waveform, bandwidth is 20 Hz. Horizontal sensitivity is 50 ms/cm. Note that the peak amplitude is not proportionately reduced by bandwidth limiting.



The signal-to-noise ratio is about unity in each photo. The top waveform is a sinusoidal signal in white noise; the bottom waveform is a sinusoidal signal in $1/f$ noise. White noise appears “furry” or “grassy” on an oscilloscope; $1/f$ noise appears “rough” and “jumpy.”

205



“Popcorn noise,” discussed in Chap. 5, is shown in the traces. The top trace is considered to represent a moderate level of this noise. The bottom trace is a low level. Some devices exhibit popcorn noise with five times the amplitude shown in the top trace. Horizontal sensitivity is 2 ms/cm.

Bibliografia

- [1] Andrea De Marchi, Letizia Lo Presti, Incertezze di misura, CLUT, 1993.
- [2] Prof. Gian Vittorio Pallottino, Appunti dal corso “Segnale/Rumore”, Dottorato di Ricerca in Fisica, Università degli Studi di Roma “La Sapienza”, Giugno 1998.
- [3] Van der Ziel, Noise: surces, characterization, measurement, Prentice-hall,Englewood Cliffs, 1970.
- [4] Edoardo Milotti, 1/f noise: a pedagogical review.